

Αλλαγή θέσης ισορροπίας

Ένα σώμα Σ μάζας $M=9\text{kg}$ ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=100\text{N/m}$. Από ύψος 5m πάνω από το σώμα Σ , ρίχνουμε κατακόρυφα με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$ ένα σώμα Σ_1 μάζας 1kg που σφηνώνεται στο σώμα Σ . Να βρείτε:

- i) την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- ii) το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα των δύο σωμάτων. $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

Το σώμα Σ ισορροπεί στην αρχική θέση ισορροπίας έχοντας συσπειρώσει το ελατήριο κατά α . Άρα:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{\text{ελ}}=Mg \rightarrow k\alpha=Mg \rightarrow \alpha=0,9\text{m}.$$

Εφαρμόζουμε για το σώμα Σ_1 την αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας, λαμβάνοντας σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του σώματος Σ .

Έτσι έχουμε:

$$K_{\text{αρχ}}+U_{\text{αρχ}}=K_{\text{τελ}}+U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad mgh+\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ή}$$

$$v=\sqrt{v_0^2+2gh}=10\sqrt{2}\text{m/s},$$

αυτή είναι η ταχύτητα του σώματος Σ_1 τη στιγμή που φτάνει στο σώμα Σ .

- i) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση.

$$\boxed{P_{\text{αρχ}}}=\boxed{P_{\text{τελ}}} \quad \text{ή} \quad m \cdot v=(M+m)v_{\kappa} \quad \text{ή}$$

$$v_{\kappa}=\frac{mv}{M+m}=\sqrt{2}m/s.$$

- ii) Το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από την θέση ισορροπίας $\Theta.1.2$ για την οποία ισχύει: $\Sigma F=0 \rightarrow (M+m)g=k(\alpha+\beta)$ όπου β πρόσθετη συσπείρωση του ελατηρίου. Οπότε:

$$\beta=\frac{mg}{k}=0,1\text{m}.$$

Εφαρμόζουμε την διατήρηση της ενέργειας της ταλάντωσης για το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση και στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης και έχουμε:

$$K_{\text{αρχ}}+U_{\text{αρχ}}=K_{\text{τελ}}+U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}(M+m)v_{\kappa}^2+\frac{1}{2}k\beta^2=\frac{1}{2}k\cdot A^2. \rightarrow$$

$$A=\sqrt{\beta^2+\frac{M+m}{k}v_{\kappa}^2}\approx 0,46\text{m}$$



