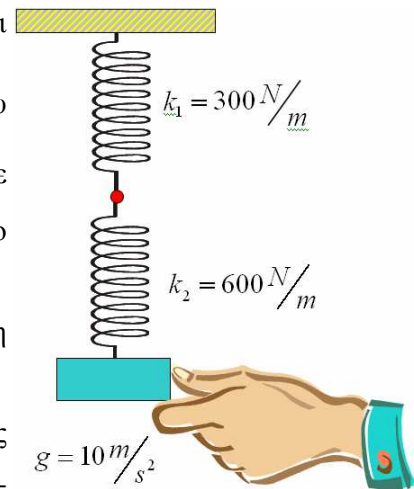


Δυο ελατήρια συνδεδεμένα.

Σε ακλόνητο σημείο στερεώνεται ελατήριο σταθεράς $k_1 = 300 \text{ N/m}$ και στο άκρο αυτού ελατήριο σταθεράς $k_2 = 600 \text{ N/m}$. Στο άλλο άκρο του δεύτερου κρεμάμε σώμα μάζας $m = 0,6 \text{ kg}$ το οποίο κρατάμε έτσι ώστε τα ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος. Κάποια στιγμή αφήνουμε το σώμα να κινηθεί.



- i) Δείξτε ότι εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και προσδιορίσατε τη θέση ισορροπίας.
- ii) Υπολογίσατε το πλάτος της ταλάντωσης και γράψτε την εξίσωση της θέσης με δεδομένο το ότι θετική φορά είναι η προς τα πάνω και χρονική στιγμή μηδέν η στιγμή που αφήνουμε το χέρι μας.

Απάντηση:

- i) Για τη μετάβαση στη θέση ισορροπίας απαιτείται να τεντωθεί το πρώτο ελατήριο κατά x_{o1} και το δεύτερο κατά x_{o2} .

Πρέπει να προσεχθεί ότι η ίδια δύναμη ασκείται και στα δύο ελατήρια. Αν δεν συνέβαινε αυτό κάθε ελατήριο θα δεχόταν στα άκρα του διαφορετικές δυνάμεις πράγμα που αποκλείεται. Σε κάθε ιδανικό ελατήριο η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν μια και η μάζα του είναι μηδέν.

Έχω ισορροπία επομένως:

$$F = m \cdot g \Rightarrow k_1 x_{o1} = m \cdot g \Rightarrow x_{o1} = \frac{m \cdot g}{k_1} = \frac{6}{300} m = 0,02 m$$

Επίσης

$$F = m \cdot g \Rightarrow k_2 x_{o2} = m \cdot g \Rightarrow x_{o2} = \frac{m \cdot g}{k_2} = \frac{6}{600} m = 0,01 m$$

Το σώμα, λοιπόν, κατεβαίνει 0,03 m.

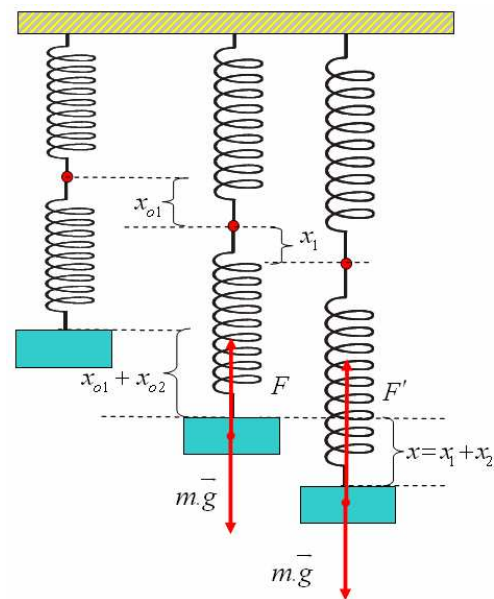
Κατεβάζω το σώμα κατά x . Το πρώτο ελατήριο τεντώνεται κατά x_1 και το δεύτερο κατά x_2 .

Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι:

$$\sum F = m \cdot g - F' = k_1 \cdot x_{o1} - k_1 \cdot (x_{o1} + x_1) = -k_1 \cdot x_1.$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{\sum F}{k_1}$$

Επίσης:



$$\sum F = m \cdot g - F' = k_2 \cdot x_{o2} - k_1 \cdot (x_{o2} + x_2) = -k_2 \cdot x_2 \Rightarrow x_2 = -\frac{\sum F}{k_2}$$

$$\text{Όμως } x = x_1 + x_2 \Rightarrow x = \frac{-\sum F}{k_1} + \frac{-\sum F}{k_2} \Rightarrow x = -\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) \sum F \Rightarrow \sum F = -\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x$$

Εκτελεί επομένως απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά:

$$D = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 200 \frac{N}{m}$$

ii) Η ταχύτητα είναι μηδενική την στιγμή που το αφήνουμε επομένως βρίσκεται σε ακραία θέση. Πλάτος λοιπόν είναι η απόσταση των δυο θέσεων, της θέσης ισορροπίας και της αρχικής.

Το πλάτος δηλαδή είναι $A = 0,03\text{m} = 3 \text{ cm}$.

Την χρονική στιγμή μηδέν βρίσκεται σε θέση πλάτους δηλαδή:

$$x = A \Rightarrow A \cdot \eta \mu(\omega t + \varphi_o) = A \Rightarrow \eta \mu \varphi_o = 1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2}$$

Η εξίσωση θέσης είναι :

$$x = A \cdot \eta \mu(\omega t + \varphi_o) = A \cdot \eta \mu\left(\sqrt{\frac{D}{m}} t + \varphi_o\right) = 0,03 \cdot \eta \mu\left(\sqrt{\frac{200}{0,6}} t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,03 \cdot \eta \mu\left(\sqrt{\frac{1000}{3}} t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I})$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Γιάννης Κυριακόπουλος