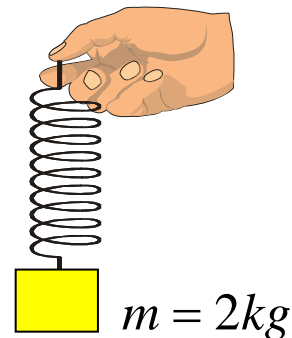


### Μια ταλάντωση με ... το χέρι.

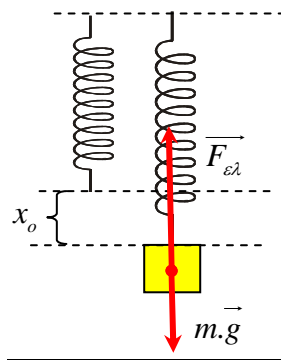
Κρατάμε στο χέρι μας την μια άκρη ελατηρίου αμελητέας μάζας ενώ στην άλλη άκρη έχουμε στερεώσει σώμα μάζας 2 kg . Όλο το σύστημα ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση  $5 \frac{m}{s^2}$  . Κάποια στιγμή που η ταχύτητα είναι  $v = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{m}{s}$  , το χέρι σταματά ακαριαία και το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



- i) Βρείτε την αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου.
- ii) Προσδιορίσατε την θέση ισορροπίας και το πλάτος της ταλάντωσης.
- iii) Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που ακινητοποιήθηκε το χέρι το σώμα θα ακινητοποιηθεί στιγμιαία ;
- iv) Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη στιγμή που ακινητοποιήθηκε το χέρι ;

Δίνονται:  $\left( k = 100 \frac{N}{m}, g = 10 \frac{m}{s^2} \right)$

**Απάντηση:**



- i) Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:

$$F_{ελ} - m.g = m.a \Rightarrow k.x_0 - m.g = m.a \Rightarrow x_0 = \frac{m.a + m.g}{k} = 0,3m$$

- ii) Η θέση ισορροπίας βρίσκεται ψηλότερα.

$$F'_{ελ} = m.g \Rightarrow k.(x_0 - x) = m.g \Rightarrow k.x = k.x_0 - m.g \Rightarrow x = x_0 - \frac{m.g}{k} = 0,3m - \frac{20}{100}m = 0,1m$$

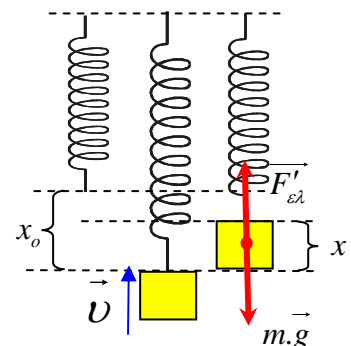
Το σώμα, λοιπόν, βρίσκεται κάτω από τη θέση ισορροπίας έχοντας ταχύ-

τητα  $v = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{m}{s}$  . Η ενέργεια σ' αυτήν την θέση και την θέση πλάτους

είναι η ίδια οπότε:

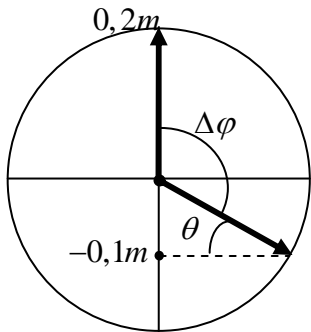
$$\frac{1}{2}k.x^2 + \frac{1}{2}m.v^2 = \frac{1}{2}k.A^2$$

όπου A το πλάτος της ταλάντωσης.



$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\nu^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A^2 = x^2 + \frac{m}{k}\nu^2 = 0,01m^2 + \frac{2}{100} \cdot \frac{3}{2}m^2 \Rightarrow A = 0,2m$$

iii) Το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε ακραία θέση. Ο χρόνος που μεσολαβεί υπολογίζεται με την βοήθεια στρεφομένου ανύσματος:



$$\eta\mu\theta = \frac{0,1}{0,2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

Προφανώς:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \sqrt{50} \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi}{3\sqrt{50}} s$$

iv) Τη στιγμή που ακινητοποιήθηκε το χέρι το ελατήριο ασκεί δύναμη :

$$F_{ελ} = k \cdot x_o$$

Σε απειροστό χρόνο  $dt$  το σώμα μετακινείται κατά  $dx$  και το ελατήριο παράγει έργο  $dW = F_{ελ} dx = k \cdot x_o \cdot dx$ .

Φυσικά η δυναμική του ενέργεια μειώνεται οπότε  $dU_{ελ} = -F_{ελ} dx = -k \cdot x_o \cdot dx$ .

Επομένως:

$$\frac{dU_{ελ}}{dt} = -F_{ελ} \frac{dx}{dt} = -k \cdot x_o \cdot \nu = -100 \cdot 0,3 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{J}{s} = -30 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{J}{s}$$

### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

**Γιάννης Κυριακόπουλος**