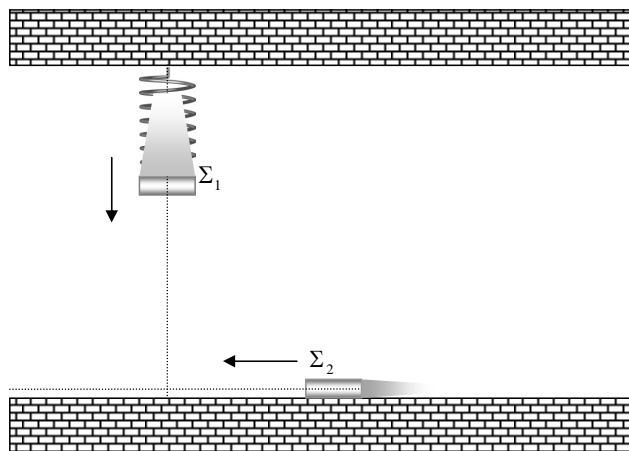


ΑΑΤ και συνάντηση κινητών

Σημειακό σώμα Σ_1 μάζας $m = 1\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατήριου σταθεράς $K = 100\text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Το σώμα Σ_1 απέχει από το έδαφος $d = 0,2\text{m}$. Σημειακό σώμα Σ_2 μάζας $m = 1\text{kg}$ ισορροπεί στο οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = \pi/5$. Κάποια χρονική στιγμή εκτοξεύουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κατακόρυφα προς τα κάτω και οριζόντια προς τα αριστερά αντίστοιχα. Τα σώματα συναντώνται με μηδενική ταχύτητα και προσκολλώνται ακαριαία. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$. Για τις πράξεις θεωρείστε $\pi^2 = 10$.



Να υπολογίσετε

- i) Την ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος Σ_1
- ii) Την ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος Σ_2
- iii) Την εξίσωση ταλάντωσης του συσσωματώματος θεωρώντας τη θετική φορά κατακόρυφα προς τα κάτω και αρχή του χρόνου τη στιγμή της συγκόλλησης
- iv) Ποια θα ήταν η περίοδος της κίνησης του σώματος Σ_1 αν το εκτοξεύαμε από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $u_0 = 4\text{m/s}$. Θεωρείστε την κρούση με το δάπεδο ελαστική

Απάντηση:

- i) Α.Α.Τ του σώματος Σ_1

Από τα φυσικά χαρακτηριστικά του ταλαντωτή έχουμε

$$D = K = 100\text{ N/m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 10\text{ rad/s}$$

Έστω u_1 η ταχύτητα εκτόξευσης και A το πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_1 . Εφόσον η ταχύτητα αποκτάται στη θέση ισορροπίας ταλάντωσης θα είναι και μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης

$$u_1 = u_{\max}$$

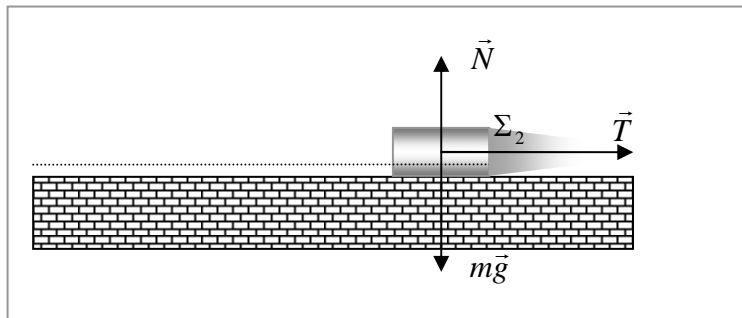
$$u_1 = \omega A$$

Αλλά η ταχύτητα του σώματος Σ_1 είναι μηδέν στο δάπεδο άρα

$$d = A = 0,2m$$

Με αντικατάσταση προκύπτει $u_1 = 2m/s$

ii) Κίνηση του σώματος Σ_1



Για την κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε

$$\text{Κατά μέτρο } \Sigma F_y = 0 \rightarrow N = mg$$

$$\text{Από νόμο τριβής έχουμε } T = \mu N \rightarrow T = \mu mg$$

Για την οριζόντια διεύθυνση έχουμε κατά μέτρο:

$$\Sigma F_x = ma \rightarrow \Sigma F_x = T$$

Άρα το μέτρο της επιβράδυνσης είναι

$$a = \mu g$$

Έστω u_2 η ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος Σ_2

Η εξίσωση ταχύτητας θα είναι

$$u = u_2 - a \Delta t$$

Το χρονικό διάστημα κίνησης μέχρι να σταματήσει το σώμα Σ_2 θα πρέπει να ισούται με το αντίστοιχο χρονικό διάστημα για το σώμα Σ_1 που είναι

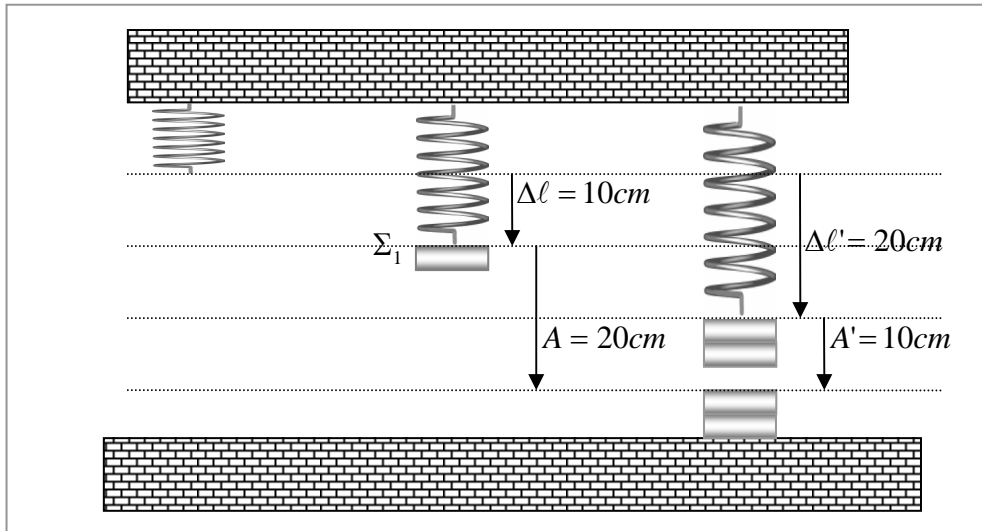
$$\Delta t = \frac{T}{4}$$

Με αντικατάσταση προκύπτει

$$u_2 = \mu g \frac{T}{4}$$

$$u_2 = 10m/s$$

iii) A.A.T συσσωματώματος $\Sigma_1 - \Sigma_2$



Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται αντίστοιχα η θέση φυσικού μήκους ελατήριου, η θέση ισορροπίας ταλάντωσης του σώματος Σ_1 και η θέση ισορροπίας ταλάντωσης του συσσωματώματος $\Sigma_1 - \Sigma_2$

- Από φυσικά χαρακτηριστικά του ταλαντωτή έχουμε

$$D' = K = 100 \text{ N/m}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{D}{2m}} = \sqrt{50} \text{ rad/s}$$

- Για τις αρχικές συνθήκες θεωρούμε ως αρχή των χρόνων $t = 0$ τη χρονική στιγμή προσκόλλησης και θετική φορά κατακόρυφα προς τα άνω

Όπως φαίνεται από το σχήμα η νέα θέση ισορροπίας είναι κατά $\Delta\ell' - \Delta\ell = 0,1\text{m}$ χαμηλότερα από την προηγούμενη άρα η απομάκρυνση από αυτήν θα είναι $x = +0,1\text{m}$ ενώ η ταχύτητα είναι $u = 0$

Άρα το πλάτος της νέας ταλάντωσης είναι $A' = 0,1\text{m}$ και η εξίσωση απομάκρυνσης επομένως θα είναι

$$y = 0,1\eta\mu(\sqrt{50} \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

iv) Α.Α.Τ του σώματος Σ_1

Από τα φυσικά χαρακτηριστικά του ταλαντωτή έχουμε

$$D = K = 100 \text{ N/m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 10 \text{ rad/s}$$

Για τις αρχικές συνθήκες ταλάντωση έχουμε

Έστω $u_0 = 4\text{m/s}$ η ταχύτητα εκτόξευσης και A_0 το πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_1 . Εφόσον η ταχύτητα αποκτάται στη θέση ισορροπίας ταλάντωσης θα είναι και μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης

$$u_0 = u_{\max} \rightarrow u_0 = \omega A \rightarrow A_0 = \frac{u_0}{\omega} = 0,4\text{m}$$

- Κρούση του σώματος Σ_1

Η κρούση γίνεται στη θέση ταλάντωσης $x = \frac{A}{2} = 0,2m$

Η μικρότερη θετική λύση της εξίσωσης

$$A \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = \frac{A}{2} \text{ είναι η λύση } t = \frac{T}{12}$$

Άρα για οποιαδήποτε ταλάντωση ο χρόνος απ ευθείας κίνησης μεταξύ των θέσεων

$$x = 0 \rightarrow x = \frac{A}{2} \text{ είναι } \Delta t = \frac{T}{12}$$

Λόγω της κρούσης με το έδαφος η ταχύτητα αντιστρέφεται ακαριαία στη θέση $x = \frac{A}{2}$ άρα από κάθε

ταλάντωση παραλείπεται η κίνηση $x > \frac{A}{2}$ η χρονική διάρκεια της οποίας είναι $\Delta t = 2\left(\frac{T}{4} - \frac{T}{12}\right)$

Άρα η περίοδος της κίνησης θα είναι

$$T_1 = T - 2\left(\frac{T}{4} - \frac{T}{12}\right)$$

$$T_1 = \frac{2T}{3} = \frac{2\pi}{15} s$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Κώστας Μυσίρης