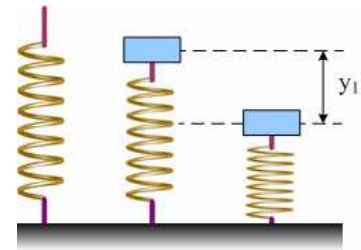


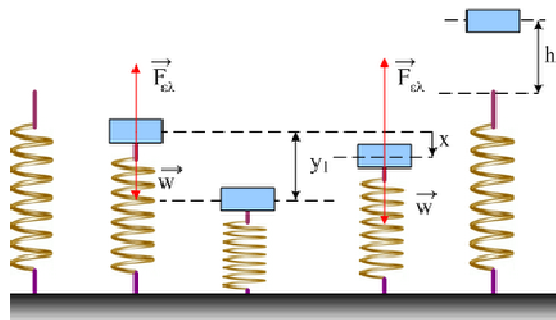
ΑΑΤ και εγκατάλειψη του ελατηρίου.

Ένα κατακόρυφο ελατήριο, σταθεράς $k=200\text{N/m}$, στηρίζεται στο έδαφος με το κάτω άκρο του, ενώ στο πάνω άκρο του ηρεμεί ένα σώμα μάζας $m=8\text{kg}$, χωρίς να είναι δεμένο με το ελατήριο. Ασκώντας κατάλληλη κατακόρυφη δύναμη, εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_1=0,8\text{m}$ και για $t=0$ το αφήνουμε να κινηθεί.



- i) Ν' αποδειχθεί ότι για όσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
 - ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα εγκαταλείπει το ελατήριο; Τι κίνηση θα πραγματοποιήσει από κει και πέρα;
 - iii) Πόσο θα απέχει το σώμα από το πάνω άκρο του ελατηρίου, τη στιγμή που θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του;
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:



- i) Στη θέση ισορροπίας $\Sigma F=0$ και παίρνοντας τα μέτρα των δυνάμεων έχουμε:

$$F_{\text{ελ}} = w \rightarrow$$

$$k\Delta l = mg \rightarrow$$

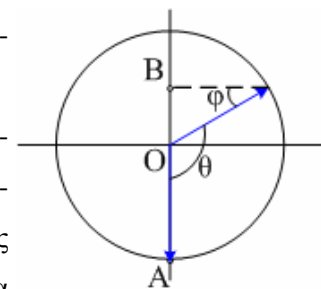
$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{8 \cdot 10}{200} \text{ m} = 0,4\text{m}.$$

Έστω το σώμα σε μια τυχαία θέση που απέχει κατά x από την θέση ισορροπίας:

$$\Sigma F = w - F_{\text{ελ}} = mg - k(\Delta l + x) = mg - k\Delta l - kx = -kx, \text{ άρα το σώμα εκτελεί α.α.τ.}$$

- ii) Το σώμα θα εγκαταλείψει το ελατήριο, μόλις αυτό αποκτήσει το φυσικό του μήκος, δηλαδή σε απομάκρυνση $0,4\text{m}$ πάνω από την θέση ισορροπίας. Από και πέρα θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) κίνηση με επιβράδυνση g . (κατακόρυφη βολή)

Παίρνουμε τον κύκλο αναφοράς της ταλάντωσης. Αρχικά το σώμα βρίσκεται στην θέση Α και θα αφήσει το ελατήριο στο σημείο Β. Αλλά η γωνία φ είναι ίση με 30° αφού η απέναντι κάθετος είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας, συνεπώς το περιστρεφόμενο διάνυσμα διαγράφει γωνία



$$\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}.$$

Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του διανύσματος είναι ίση με την γωνιακή συχνότητα, όπου:

$$k = m\omega^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{200}{8} = 25 \rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s.}$$

Έτσι το χρονικό διάστημα που απαιτείται είναι $\Delta t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2\pi/3}{5} = \frac{2\pi}{15} \text{ s.}$

iii) Τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος, η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2. \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε για το σώμα την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, ανάμεσα στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και στο μέγιστο ύψος (παίρνοντας στην αρχική θέση $U=0$) και παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh \quad (2)$$

Από (1) και (2) παίρνουμε:

$$mgh = \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} kx^2 \rightarrow$$

και με αντικατάσταση $h=0,6\text{m}$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης