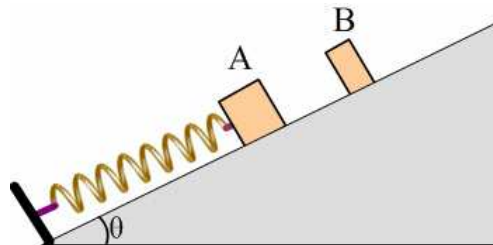


Μια ταλάντωση σε πλάγιο επίπεδο και κρούση.

Το σώμα Α μάζας $m_1=2\text{kg}$ ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως $\theta=30^\circ$, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $K=200\text{N/m}$. Το σώμα Α δεν εμφανίζει τριβές με το επίπεδο. Μετακινούμε το σώμα συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά $d=0,5\text{m}$ και το αφήνουμε να κινηθεί.



- i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα Α θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
- ii) Πόση ενέργεια καταναλώσαμε για την μετακίνηση του σώματος Α κατά d .
- iii) Μετά από μετατόπιση του σώματος Α κατά $s=0,9\text{m}$, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλο σώμα Β μάζας $m_2=1\text{kg}$, το οποίο ήταν ακίνητο. Μετά την κρούση το σώμα Β διανύει απόσταση $0,8\text{m}$ κατά μήκος του επιπέδου.
 - α) Να βρεθεί η τριβή που ασκήθηκε στο σώμα Β κατά την κίνησή του.
 - β) Να υπολογισθεί η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Α μετά την κρούση.
 - γ) Να εξετασθεί αν τα δύο σώματα θα ξανασυγκρουστούν.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Στο πάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α στην θέση ισορροπίας:

$$\begin{aligned} \Sigma F=0 &\rightarrow F_{ελ}-w_x=0 \text{ ή} \\ K \cdot \Delta l &= m_1 \cdot g \cdot \eta\mu\theta \quad (1) \end{aligned}$$

Στο κάτω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις στο σώμα Α, σε μια τυχαία θέση που απέχει κατά x από την θέση ισορροπίας του.

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= W_x - F_{ελ} = m_1 \cdot g \cdot \eta\mu\theta - K(\Delta l + x) \rightarrow \\ \Sigma F_x &= m_1 \cdot g \cdot \eta\mu\theta - K\Delta l - Kx = -Kx \end{aligned}$$

Συνεπώς το σώμα εκτελεί α.α.τ. αφού η συνισταμένη των δυνάμεων είναι ανάλογη προς την απομάκρυνση έχοντας αντίθετη φορά.

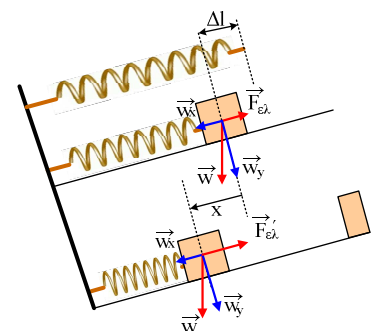
- ii) Το πλάτος της ταλάντωσης αυτής είναι ίσο με $A=d=0,5\text{m}$, αφού τη στιγμή που αφήνεται να κινηθεί, βρίσκεται στην ακραία του θέση ($v=0$). Έτσι η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$E = \frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} KA^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,5^2 = 25 \text{ J.}$$

Την ενέργεια αυτή προσφέραμε στο σώμα κατά την μετακίνησή του.

Η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή, οπότε ελάχιστα πριν την σύγκρουση των δύο σωμάτων, όπου το Α σώμα απέχει κατά $x_1=s-A=0,3\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας, θα ισχύει:

$$\frac{1}{2} Kx_1^2 + \frac{1}{2} m_1v_1^2 = \frac{1}{2} KA^2 \text{ ή}$$



$$v_1 = \sqrt{\frac{K}{m} \cdot (A^2 - x_1^2)} = \sqrt{\frac{200}{2} \cdot (0,25 - 0,16)} m/s = 3 m/s$$

Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση θα είναι:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1 = \frac{2 - 1}{2 + 1} \cdot 3 m/s = 1 m/s$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 = \frac{2 \cdot 2}{2 + 1} \cdot 3 m/s = 4 m/s$$

α) Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος Β, μέχρι την θέση που θα σταματήσει:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{wx}} + W_{\text{wy}} + W_T + W_N$$

Αλλά $W_{\text{wy}} = W_N = 0$ αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στην μετατόπιση.

$$0 - \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2 = - m_2 \cdot g \cdot \eta \mu \theta \cdot x - T \cdot x \rightarrow$$

$$T = (\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - m_2 \cdot g \cdot \eta \mu \theta \cdot x) / x = (8 - 5 \cdot 0,8) / 0,8 \text{ N} = 5 \text{ N}.$$

β) Η ενέργεια ταλάντωσης του Α σώματος είναι:

$$E_1 = \frac{1}{2} K x_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,09 \text{ J} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \text{ J} = 10 \text{ J}.$$

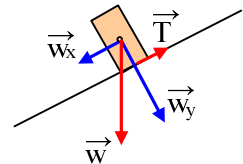
γ) Στη θέση που σταματά το Β σώμα ασκούνται πάνω του οι δυνάμεις που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, όπου:

$$w_x = m_2 \cdot g \cdot \eta \mu \theta = 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \text{ N} = 5 \text{ N}$$

και αφού βρήκαμε ότι η τριβή ολίσθησης που ασκήθηκε στο σώμα κατά

την άνοδο ήταν 5N, σημαίνει ότι η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής που μπορεί να ασκηθεί στο σώμα (η οριακή τριβή) είναι μεγαλύτερη ή ίση με 5N. (Υπενθυμίζεται ότι ο συντελεστής οριακής τριβής είναι μεγαλύτερος ή ίσος με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης).

Συνεπώς το σώμα δεν θα επιταχυνθεί και θα παραμείνει στην θέση του, οπότε τα σώματα δεν θα συγκρουστούν ξανά.



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης