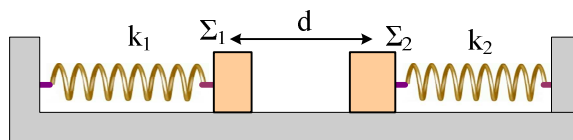


Δυο ταλαντώσεις και δυο ελατήρια.

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , που θεωρούνται υλικά σημεία, με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα δύο οριζοντίων ελατηρίων με σταθερές $k_1=100\text{N/m}$ και $k_2=300\text{N/m}$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα, απέχοντας μεταξύ τους κατά $d=0,4\text{m}$.



Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 προς τ' αριστερά κατά $0,5\text{m}$ και για $t=0$, το αφήνουμε να εκτελέσει ΑΑΤ.

- i) Ποια χρονική στιγμή το σώμα Σ_1 θα αποκτήσει για πρώτη φορά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα; Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας αυτής.
- ii) Πόση ταχύτητα θα έχει το σώμα Σ_1 πριν τη πλαστική κρούση του με το σώμα Σ_2 ;
- iii) Να βρεθεί η θέση, ως προς το φυσικό μήκος του ελατηρίου σταθεράς k_1 , γύρω από την οποία θα ταλαντωθεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.
- iv) Να βρεθεί η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης επαναφοράς που ασκείται στο συσσωμάτωμα.

Απάντηση:

- i) Το σώμα Σ_1 θα αποκτήσει για πρώτη φορά μέγιστη ταχύτητα, τη στιγμή που θα φτάσει στη θέση ισορροπίας του (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου). Αυτό θα γίνει σε χρόνο:

$$t = \frac{1}{4}T = \frac{1}{4}2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{1}{100}}\text{s} = \pi/20\text{s}$$

Και η ταχύτητά του τη στιγμή αυτή θα έχει μέτρο:

$$v = \omega \cdot A_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \cdot A_1 = 5\text{m/s}$$

- ii) Η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή, οπότε για τη θέση ελάχιστα πριν την κρούση με το Σ_2 θα ισχύει:

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} k_1 \cdot x_1^2 = \frac{1}{2} k_1 \cdot A_1^2$$

όπου $x_1=d=0,4\text{m}$, οπότε παίρνουμε:

$$v_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1} (A_1^2 - x_1^2)} = \sqrt{\frac{100}{1} (0,25 - 0,16)}\text{m/s} = 3\text{m/s}$$

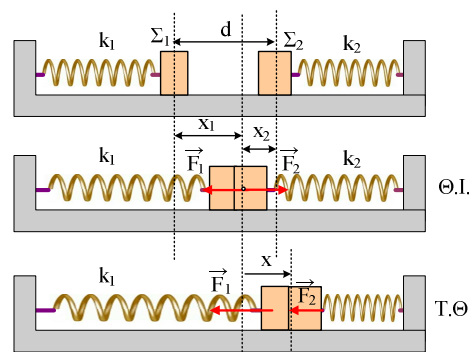
- iii) Στο διπλανό σχήμα, φαίνεται το σώμα στη θέση ισορροπίας και έστω x_1 η επιμήκυνση του ελατηρίου σταθερά k_1 και x_2 η αντίστοιχη του δεύτερου.

Στη θέση ισορροπίας:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή}$$

$$F_1 = F_2 \text{ ή}$$

$$k_1 \cdot x_1 = k_2 \cdot x_2 \text{ ή}$$



$$x_1 = 3 x_2$$

$$\text{Αλλά } x_1 + x_2 = d \rightarrow 4x_2 = d \rightarrow x_2 = 0,1\text{m και } x_1 = 0,3\text{m}$$

iv) Έστω το σώμα σε μια τυχαία θέση η οποία απέχει κατά x από τη θέση ισορροπίας:

$$\Sigma F_x = -F_2 - F_1 = -k_2 \cdot (x - x_2) - k_1 \cdot (x_1 + x) = -k_2 \cdot x + k_2 \cdot x_2 - k_1 \cdot x_1 - k_1 \cdot x = -(k_1 + k_2) \cdot x$$

Συνεπώς το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει ΑΑΤ, γύρω από τη θέση ισορροπίας η οποία απέχει κατά 0,3m από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου k_1 , με σταθερά επαναφοράς $D = k_1 + k_2$.

v) Για την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων ισχύει η Α.Δ.Ο. οπότε:

$$\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετ}} \quad \text{ή}$$

$$m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot v_k \quad \text{ή}$$

$$v_k = m_1 \cdot v_1 / (m_1 + m_2) = 1 \cdot 3 / 3 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζοντας την ΔΕταλ. για το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση παίρνουμε:

$$K + U = E_\tau \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot v_k^2 + \frac{1}{2} D \cdot x_2^2 = \frac{1}{2} D \cdot A_2^2 \quad \text{ή}$$

$$A_2 = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{D} v_k^2 + x_2^2} = \sqrt{\frac{3}{400} 1 + 0,1^2} \text{ m} = \sqrt{\frac{7}{400}} \text{ m} = \frac{\sqrt{7}}{20} \text{ m}$$

Άρα η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης επαναφοράς είναι:

$$|F_{\text{max}}| = D \cdot A_2 = 400 \text{ N/m} \cdot \frac{\sqrt{7}}{20} \text{ m} = 20\sqrt{7} \text{ N}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Λιονύσης Μάργαρης