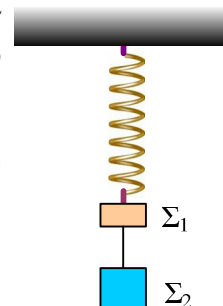


Ταλάντωση και τάση νήματος.

Στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$ ηρεμούν δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες 1kg και 4kg αντίστοιχα, όπως στο παρακάτω σχήμα. Το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα έχει μήκος 20cm .

Τραβάμε το σώμα Σ_2 κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $d=20\text{cm}$ και για $t=0$ το αφήνουμε, οπότε το σύστημα εκτελεί ΓΑΤ.



- i) Να βρεθεί το πλάτος και η περίοδος ταλάντωσης.
- ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος που ασκείται στο σώμα Σ_2 , σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του συστήματος.
- iii) Τη χρονική στιγμή $t_1=1,5\text{s}$ το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα κόβεται. Να βρεθεί η απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή $t_2=2\text{s}$.

Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2 \approx 10$.

Απάντηση:

- i) Αφού η εκφώνηση μας λέει ότι το σύστημα εκτελεί ΓΑΤ, σημαίνει ότι τα δυο σώματα κινούνται μαζί, οπότε το σύστημα αντιστοιχεί με ένα σώμα μάζας $m=m_1+m_2$ ενώ η σταθερά επαναφοράς είναι ίση με τη σταθερά του ελατηρίου. Οπότε:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{5}{200}} \text{s} = \frac{2\pi}{\sqrt{40}} \text{s} \approx 1\text{s}$$

Εξάλλου τη στιγμή $t=0$, το σύστημα ξεκινά την ταλάντωσή του, από απόσταση d χωρίς ταχύτητα. Συνεπώς η θέση αυτή είναι ακραία θέση της ταλάντωσης και $A=d=0,2\text{m}$.

- ii) Έστω ότι κάποια στιγμή το σώμα Σ_2 απέχει κατά y από τη θέση ισορροπίας του. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του, το βάρος και η τάση του νήματος.

Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα και θεωρώντας θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση, έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= m_2 \cdot a \quad \text{ή} \\ T - m_2 g &= m_2 \cdot (-\omega^2 \cdot y) \quad \text{ή} \\ T &= m_2 g - m_2 \omega^2 \cdot y \quad (1) \end{aligned}$$

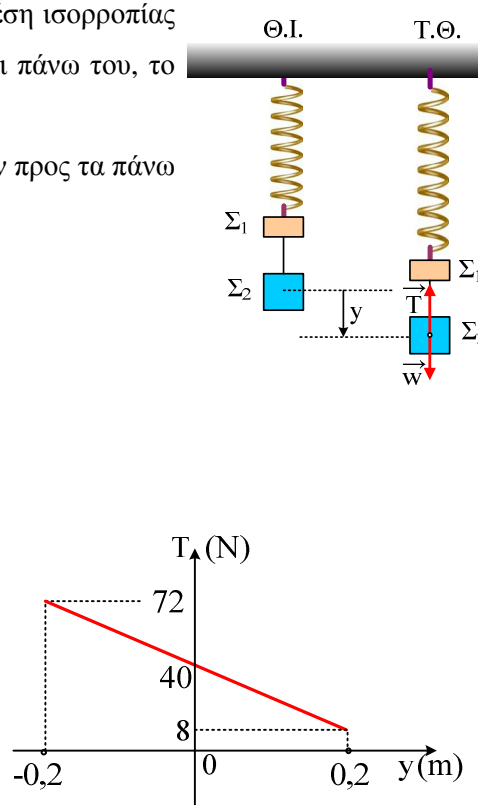
Όπου $\omega = 2\pi/T = 2\pi \text{ rad/s}$ και η (1) γίνεται:

$$T = 40 - 4 \cdot 4\pi^2 \cdot y \quad (\text{S.I.}) \quad \text{ή}$$

$$T = 40 - 160 \cdot y \quad (\text{S.I.})$$

Η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης, θα είναι της μορφής του διπλανού σχήματος.

- iii) Τη στιγμή t_1 που κόβεται το νήμα, τα σώματα βρίσκονται στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης τους, αφού $1,5T = t_1$, συνεπώς απέχουν κατά $d=0,2\text{m}$ από τη θέση ισορ-



ροπίας.

Αλλά, με βάση το διπλανό σχήμα, όπου έχει σχεδιαστεί η αρχική θέση ισορροπίας του συστήματος (τα δύο σώματα έχουν σχεδιαστεί σαν ένα σώμα, για να γίνει κατανοητό ότι δεν με ενδιαφέρουν τα επιμέρους σώματα, αλλά το σύστημα των σωμάτων), καθώς και η νέα θέση ισορροπίας του σώματος m_1 , έχουμε:

Για τη θέση ισορροπίας του συστήματος:

$$\Sigma F=0 \text{ ή}$$

$$F_{ελ}=w_{ολ} \text{ ή}$$

$$k \cdot y_{12}=(m_1+m_2) \cdot g \text{ ή}$$

$$y_{12} = \frac{50N}{200N/m} = 0,25m = 25cm$$

Ενώ για τη νέα θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 μετά το κόψιμο του νήματος:

$$\Sigma F=0 \text{ ή}$$

$$F_{ελ}'=w_1 \text{ ή}$$

$$k \cdot y_1=m_1 \cdot g \text{ ή}$$

$$y_1 = \frac{10N}{200N/m} = 0,05m = 5cm$$

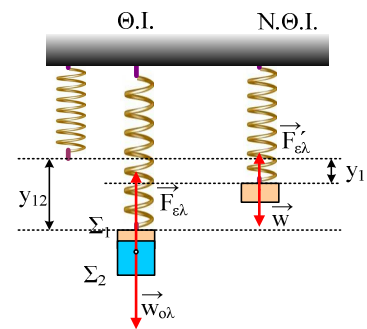
Παρατηρούμε ότι η θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 απέχει κατά $y_{12}-y_1=20cm$ από την αρχική θέση ισορροπίας. Συνεπώς τη στιγμή που κόβεται το νήμα στην πάνω ακραία θέση το σώμα Σ_1 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και παραμένει ακίνητο.

Ενώ το σώμα Σ_2 ξεκινά να πέφτει ελεύθερα, χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε σε χρονικό διάστημα $\Delta t=0,5s$ θα έχει μετακινηθεί κατακόρυφα κατά:

$$y_2 = \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,5^2 m = 1,25m$$

Συνεπώς η απόσταση των δύο σωμάτων θα είναι:

$$\ell + y_2 = 0,2m + 1,25m = 1,45m = 145cm.$$



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης