Τεμαχισμός ελατηρίου.

Ιδανικό ελατήριο έχει φυσικό μήκος l_0 και σταθερά κ. Κόβουμε το ελατήριο σε δύο κομμάτια με μήκη l_1 ,l_2 τέτοια ώστε $l_1/l_2=2/3$. Στερεώνουμε τα ελατήρια με το ένα τους άκρο σε οροφή και στο άλλο άκρο συνδέουμε στο καθένα σώμα μάζας m. Εκτρέπουμε τα σώματα από τη Θ.Ι και τα αφήνουμε ελεύθερα να εκτελέσουν Α.Α.Τ Να βρείτε το λόγο των συχνοτήτων των δύο ταλαντώσεων.

Απάντηση:

Οι ταλαντώσεις, ανεξάρτητα από το πλάτος τους, θα έχουν συχνότητες:

$$f_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa_1}{m}} \quad \text{και} \quad f_2=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa_2}{m}}. \text{ Άρα } \frac{f_1}{f_2}=\sqrt{\frac{k_1}{k_2}} \quad (1)$$

Για να υπολογίσουμε τις σταθερές σκληρότητας των νέων ελατηρίων που προέκυψαν από το αρχικό, θεωρούμε ότι ασκούμε στο ελεύθερο άκρο τους δύναμη ίσου μέτρου F. Τότε θα ισχύει:

$$F=k\Delta l_{ολ}=kn^* l_0\Delta l \quad (2)$$

$$F=k_1\Delta l_1=k_1 n^* l_1\Delta l \quad (3)$$

$$F=k_2\Delta l_2=k_2 n^* l_2\Delta l \quad (4)$$

όπου n^* ο αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους και Δl η παραμόρφωση κάθε σπείρας (την οποία θεωρούμε ίδια για όλες τις σπείρες).

Από (2), (3) έχουμε:

$$kl_0=k_1l_1 \Leftrightarrow \frac{k_1}{k}=\frac{l_0}{l_1}=\frac{l_1+l_2}{l_1}=1+\frac{l_2}{l_1}=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2} \Leftrightarrow k_1=\frac{5}{2}k$$

Όμοια από (2), (4) έχουμε:

$$kl_0=k_2l_2 \Leftrightarrow \frac{k_2}{k}=\frac{l_0}{l_2}=\frac{l_1+l_2}{l_2}=\frac{l_1}{l_2}+1=\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3} \Leftrightarrow k_2=\frac{5}{3}k$$

Άρα από την (1) έχουμε:

$$\frac{f_1}{f_2}=\sqrt{\frac{{}^5\!/_2\, k}{{}^5\!/_3\, k}} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια

Θοδωρής Παπασγουρίδης