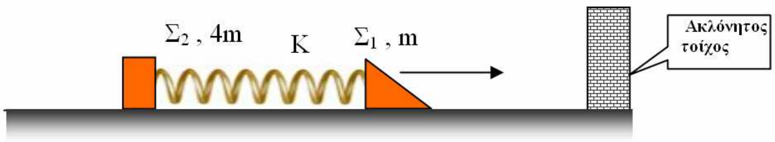
Ταλάντωση μετά από σύγκρουση



Το σύστημα του σχήματος, κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το ιδανικό ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος και έχει σταθερά k = 400 N/m. Τα σώματα Σ1 και Σ2 αμελητέων διαστάσεων, έχουν μάζες m και 4m αντίστοιχα, και είναι δεμένα στα άκρα του ελατηρίου. Το σώμα Σ1 συναντά κατακόρυφο τοίχο στον οποίο καρφώνεται ακαριαία και μόνιμα. Κατά την διάρκεια του καρφώματος ελαττώνεται η μηχανική ενέργεια του συστήματος κατά 400j ενώ τα σώματα Σ1 , Σ2 δεν έρχονται σ' επαφή μεταξύ τους.

Το Σ_2 μετά την κρούση εκτελεί 5 ταλαντώσεις/sec με D = k.

I. Για την ταλάντωση του Σ2 να υπολογίσετε:

i) Την ενέργειά της.

ii) Το πλάτος της.

iii) Την εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου με χρονική στιγμή t = 0 , τη στιγμή που φτάνει το Σ1 στον τοίχο και η φορά της ταχύτητάς του τότε θετική.

II. Να υπολογίσετε ακόμη:

iv) Την ταχύτητα του συστήματος πριν την σύγκρουση.

v) Την μηχανική ενέργεια του συστήματος πριν την σύγκρουση.

Απάντηση

i) Επειδή το σύστημα πριν την κρούση κινείται με σταθερή ταχύτητα έστω $\vec{\upsilon}_o$, το ελατήριο δεν ασκεί δυνάμεις στα σώματα, άρα είναι στο φυσικό του μήκος, οι δε ταχύτητες των σωμάτων είναι ίσες με $\vec{\upsilon}_o$.
Το σώμα Σ_1 καρφώνεται στον τοίχο χωρίς να προκύπτει σύγκρουσή του με το σώμα Σ_2, άρα η μηχανική ενέργεια που χάνει το σύστημα κατά τη κρούση είναι ίση με την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1, δηλαδή $E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_1 = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2$ (1) και η ενέργεια που απομένει, είναι η συνολική ενέργεια της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το Σ_2 δηλαδή :

$$E_{o\lambda} = K_2 = \frac{1}{2}4m\upsilon_o^2 \text{ και με βάση την (1) :}$$

$$E_{o\lambda} = 4E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 4\cdot 400\,\text{j} \text{ άρα } E_{o\lambda} = 1600\,\text{j} \text{ (2).}$$

ii) Με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του Σ_2 έχουμε :

$$\frac{1}{2}kA^2 = E_{o\lambda} \text{ ή } A = \sqrt{\frac{2E_{o\lambda}}{k}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1600}{400}}\text{m ή } A = 2\sqrt{2}\text{ m (3).}$$

iii) Επειδή το οριζόντιο ελατήριο τη χρονική στιγμή t = 0 έχει το φυσικό του μήκος το σώμα Σ_2 είναι στη θέση ισορροπίας του και κινείται με θετική ταχύτητα. Άρα η εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου είναι της μορφής $\chi = Α ημωt$ ή $\chi = Αημ2\pi f$ (4) , όπου $f = \frac{N}{t} = \frac{5}{1} Hz = 5Hz$ (5).

Η (4) με βάση τις (3), (5) γράφεται:

$$x = 2\sqrt{2}\, ημ10\pi t \ \ (SI)$$. marg121254

iv) Η ταχύτητα του συστήματος πριν την κρούση $\vec{\upsilon}_o$, είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης του σώματος Σ_2, δεδομένου ότι , με την ταχύτητα αυτή αρχίζει να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του. Δηλαδή $\upsilon_o = A \cdot \omega = 2\sqrt{2} \cdot 10\pi \ m/s$ ή $\upsilon_o = 20\pi\sqrt{2} \ m/s$.

v) Η μηχανική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι:

$$E_M = \frac{1}{2} 4m\upsilon_o^2 + \frac{1}{2} m\upsilon_o^2 \text{ και με βάση την (1): } E_M = 5E_{απωλ} \text{ ή } E_M = 5 \cdot 400 j = 2000 j.$$

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης