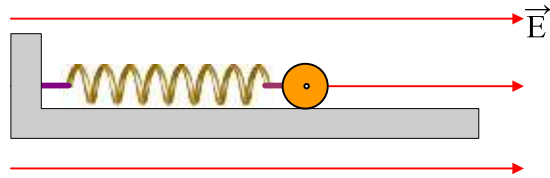


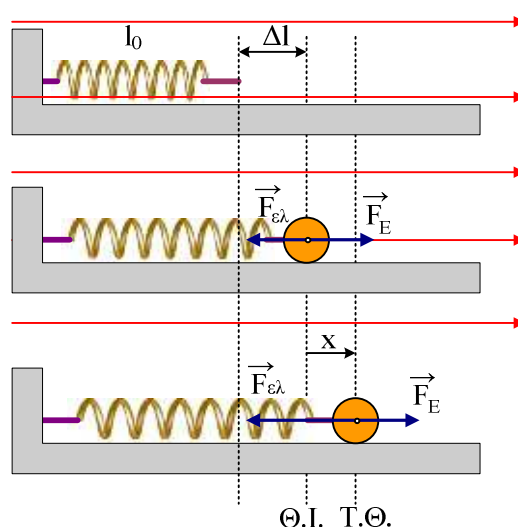
Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης;

Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας $m=0,1\text{kg}$ φέρει ηλεκτρικό φορτίο $q=10^{-3}\text{C}$. Η σφαίρα είναι δεμένη με μονωτικό σύνδεσμο στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=10^3\text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα βρίσκεται σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E=2\cdot 10^5\text{N/C}$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες προς τον άξονα του ελατηρίου. Η σφαίρα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο από μονωτικό υλικό και το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά $x_0=0,1\text{m}$ και την αφήνουμε να κινηθεί.



- 1) Να αποδειχθεί ότι η σφαίρα θα εκτελέσει ΑΑΤ.
- 2) Να γράψετε την εξίσωση του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο, αν ως αρχή του χρόνου $t=0$, θεωρήσουμε τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά.
- 3) Αν κατά τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά, καταργηθεί ακαριαία το ηλεκτρικό πεδίο, για το νέο πλάτος ταλάντωσης της σφαίρας, υποστηρίζεται ότι ισχύει $A=\Delta l+x_0$. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό.

Απάντηση:



- 1) Στη θέση ισορροπίας το ελατήριο έχει επιμήκυνση Δl . Στη σφαίρα στην οριζόντια διεύθυνση ασκούνται οι δυνάμεις: $F_E=q\cdot E$ και η δύναμη του ελατηρίου. Η σφαίρα ισορροπεί:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_{ελ} = F_E \rightarrow k\Delta\ell = q \cdot E \quad (1) \rightarrow$$

$$\Delta\ell = \frac{q \cdot E}{k} = \frac{10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5}{10^3} m = 0,2m$$

Εκτρέπουμε τη σφαίρα προς τα δεξιά κατά x :

$$\Sigma F = F_E - F_{ελ} = q \cdot E - k(\Delta\ell + x) = q \cdot E - k\Delta\ell - kx \text{ και λόγω της (1), } \Sigma F = -kx.$$

Άρα η σφαίρα θα εκτελέσει α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς την σταθερά k του ελατηρίου και πλάτος $A_1 = x_0 = 0,1m$.

- 2) Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος θα είναι:

$$x = A \cdot \eta \mu \omega t$$

$$\text{Αλλά } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10^3}{0,1}} = 100 \text{ rad / s}$$

$$\text{Οπότε } x = 0,1 \cdot \eta \mu(100t) \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

Το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου είναι $F_{ελ} = k(\Delta\ell + x) \rightarrow$

$$F_{ελ} = 1000(0,2 + 0,1 \cdot \eta \mu 100t) = 200 + 100 \cdot \eta \mu 100t \text{ (N)}$$

- 3) Μετά την κατάργηση του ηλεκτρικού πεδίου, το σώμα θα κάνει μια νέα ταλάντωση γύρω από τη θέση που το ελατήριο θα έχει το φυσικό του μήκος. Το σώμα τώρα επιβραδύνεται από την δύναμη του ελατηρίου με μέτρο $F_{ελ} = 200 + 100 \cdot \eta \mu 100t$. Η δύναμη αυτή έχει μεγαλύτερο μέτρο από την **αρχική** δύναμη επαναφοράς που θα είχε μέτρο $\Sigma F = 100 \cdot \eta \mu 100t$. Έτσι το σώμα επιβραδύνεται πιο γρήγορα και δεν θα φτάσει στην προηγούμενη ακραία θέση του, έτσι η μέγιστη απόσταση από το φυσικό μήκος του ελατηρίου (η νέα θέση ισορροπίας της νέας ταλάντωσης) θα είναι μικρότερη και όχι $\Delta\ell + x_0 = 0,2m + 0,1m = 0,3m$.

Το νέο πλάτος ταλάντωσης προκύπτει με εφαρμογή της διατήρησης ενέργειας ταλάντωσης:

$$U + K = E_{\tau} \rightarrow$$

Αλλά στη θέση αυτή απέχει από τη νέα θέση ισορροπίας κατά $\Delta\ell$, οπότε:

$$\frac{1}{2} k(\Delta\ell)^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k A_2^2 \quad (2)$$

όπου v η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που πέρανε από την (αρχική) θέση της ισορροπίας του, δηλαδή $v = \omega \cdot A_1 = 100 \cdot 0,1m/s = 10m/s$, οπότε από την (2) παίρνουμε:

$$A_2 = \sqrt{(\Delta\ell)^2 + \frac{m}{k} v^2} = \sqrt{0,2^2 + \frac{0,1}{10^3} 10^2} = \sqrt{0,04 + 0,01} = \sqrt{0,05} m = 0,1 \cdot \sqrt{5} m$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης