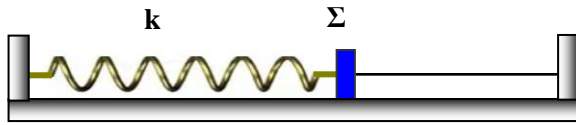


### Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης;

1. Ένα σώμα  $\Sigma$  είναι δεμένο στο δεξιό άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου και στο αριστερό άκρο οριζόντιου νήματος και ηρεμεί σε ισορροπία όπως δείχνει το σχήμα. Το ελατήριο και το νήμα έχουν τα άλλα τους άκρα ακλόνητα.



Στη θέση αυτή, το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά  $\Delta l = 0,2 \text{ m}$  από το φυσικό του μήκος, και το νήμα είναι τεντωμένο.

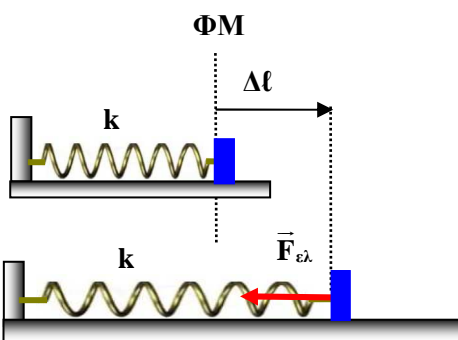
Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σύστημα ελατήριο - σώμα αρχίζει να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $A$ .

Θα είναι

- α.  $A = 0,1 \text{ m}$
- β.  $A = 0,2 \text{ m}$
- γ.  $A = 0,3 \text{ m}$
- δ.  $A = 0,4 \text{ m}$

#### Απάντηση

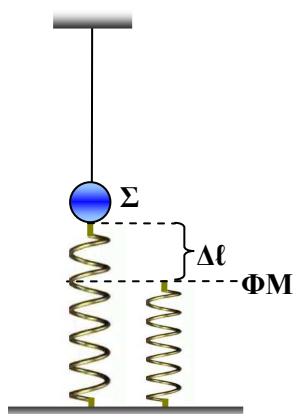
Μετά το κόψιμο του νήματος, η μόνη δύναμη που δέχεται το σώμα στην διεύθυνση της κίνησής του πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο είναι η δύναμη από το ελατήριο δηλαδή  $\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_{ελ}$ , ή  $F_{ολ} = -k \cdot \Delta l$ .



Έτσι, στο σημείο του φυσικού μήκους του ελατηρίου όπου είναι  $\Delta l = 0$ , είναι και  $\vec{F}_{ολ} = \vec{0}$ , άρα εκεί είναι το κέντρο της ταλάντωσης, και η παραμόρφωση  $\Delta l$  του ελατηρίου συμπίπτει με την απομάκρυνση  $x$  του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

Κι επειδή το σώμα όταν αρχίζει η ταλάντωση ηρεμεί στιγμιαία (αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος) θα είναι  $\Delta l = A = 0,2 \text{ m}$ .

**Άρα σωστό είναι το β.**



2. Η σφαίρα  $\Sigma$  του σχήματος βάρους  $40 \text{ N}$ , είναι δεμένη στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος και στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 400 \text{ N/m}$  και ισορροπεί σε ηρεμία. Το ελατήριο στη θέση αυτή έχει επιμηκυνθεί κατά  $\Delta l = 0,2 \text{ m}$  από το φυσικό του μήκος.

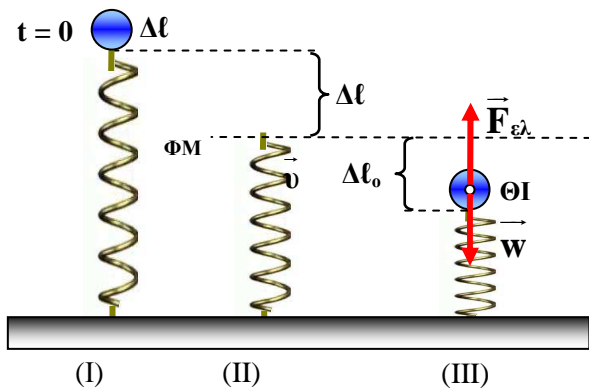
Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , κόβουμε το νήμα και η σφαίρα αρχίζει να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Αντίσταση αέρα αμελητέα.

Θα είναι

- α.  $A = 0,1 \text{ m}$
- β.  $A = 0,2 \text{ m}$
- γ.  $A = 0,3 \text{ m}$
- δ.  $A = 0,4 \text{ m}$

**Απάντηση**

Η θέση ισορροπίας (ΘΙ) της σφαίρας, βρίσκεται πιο κάτω από το σημείο που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος του ελατηρίου κατά  $\Delta\ell_0$  όπως φαίνεται στο σχήμα.



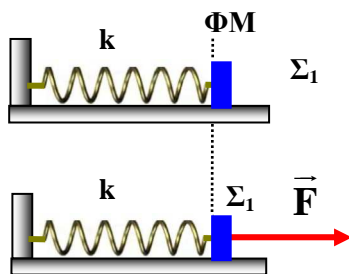
Όταν η σφαίρα βρίσκεται σ' αυτό το σημείο ισχύει ότι

$$\vec{F}_{ολ} = \vec{0} \text{ ή } \vec{F}_{ελ} + \vec{w} = \vec{0}$$

$$\frac{w}{k} = \frac{40N}{400N/m} \text{ ή } \Delta\ell_0 = 0,1 \text{ m}$$

$$\text{Οπότε } A = (\Delta\ell_0 + \Delta\ell) = 0,1\text{m} + 0,2 \text{ m} = 0,3 \text{ m}$$

**Αρα σωστό είναι το γ.**



3. Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος μάζας  $M$ , αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο δεξιό άκρο του οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου που έχει σταθερά  $k$  και το άλλο του άκρο ακλόνητο. Στη θέση αυτή το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ασκούμε στο σώμα οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  στη διεύθυνση του ελατηρίου, όπως στο σχήμα με αποτέλεσμα να αρχίσει να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A_1 = 0,1 \text{ m}$ .

Αν επαναλάβουμε το ίδιο πείραμα αλλά αντί του  $\Sigma_1$  δέσουμε στο

ελατήριο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $2M$  το πλάτος της νέας ταλάντωσης θα είναι

Θα είναι

- α.  $A = 0,1 \text{ m}$
- β.  $A = 0,2 \text{ m}$
- γ.  $A = 0,3 \text{ m}$
- δ.  $A = 0,4 \text{ m}$

**Απάντηση**

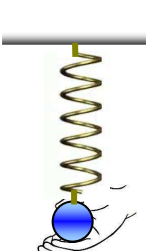
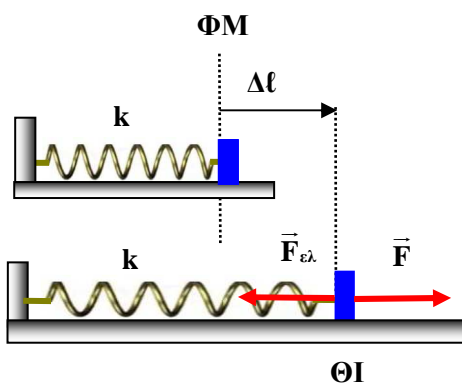
Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , το σώμα ηρεμεί στιγμιαία στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, άρα βρίσκεται σε ακραία θέση. Η θέση αυτή, απέχει από τη θέση ισορροπίας του κατά  $\Delta\ell$  όπως δείχνει το σχήμα.

$$\vec{F}_{ολ} = \vec{0} \text{ ή } \vec{F}_{ελ} + \vec{F} = \vec{0} \text{ ή } k \cdot \Delta\ell = F \text{ ή } \Delta\ell = F/k \text{ ή } A = F/k.$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι το πλάτος της ταλάντωσης είναι ανεξάρτητο της μάζας του σώματος.

Κατά συνέπεια  $A_2 = A_1 = 0,1 \text{ m}$

**Αρα σωστό είναι το α.**



4. Η σφαίρα  $\Sigma_1$  του σχήματος βάρους  $\vec{w}$  είναι δεμένη στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Αρχικά, κρατάμε τη σφαίρα ακίνητη έτσι ώστε το ελατήριο να μην έχει παραμόρφωση και τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , την αφήνουμε ελεύθερη από τη θέση αυτή.

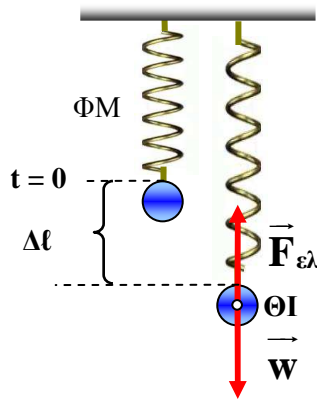
Στη συνέχεια το σύστημα ελατήριο - σφαίρα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A_1 = 0,1 \text{ m}$ . Αντίσταση αέρα αμελητέα

Αν επαναλάβουμε το ίδιο πείραμα αλλά αντί του  $\Sigma_1$  δέσουμε στο ελατήριο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $2m$ , το πλάτος της νέας ταλάντωσης θα είναι

Θα είναι

- α.  $A_2 = 0,1m$
- β.  $A_2 = 0,2m$
- γ.  $A_2 = 0,3m$
- δ.  $A_2 = 0,4m$

**Απάντηση**



Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  η σφαίρα ηρεμεί στιγμιαία σε απόσταση  $\Delta\ell$  από τη θέση ισορροπίας της ( $\Theta I$ ) όπως φαίνεται στο σχήμα.

Άρα  $\Delta\ell = A$ .

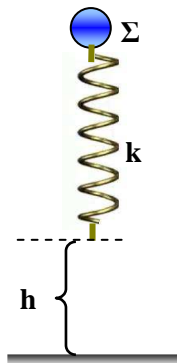
Όμως στη θέση ισορροπίας είναι

$$\vec{F}_{ολ} = \vec{0} \text{ ή } \vec{F}_{ελ} + \vec{w} = \vec{0} \text{ ή } F_{ελ} = w \text{ ή } k \cdot \Delta\ell = w \text{ ή } \Delta\ell = \frac{w}{k} = \frac{mg}{k} \text{ ή}$$

$$A_1 = \frac{mg}{k}$$

$$\text{Ομοίως } A_2 = \frac{2mg}{k} = 2A_1 = 0,2m$$

**Άρα σωστό είναι το β.**



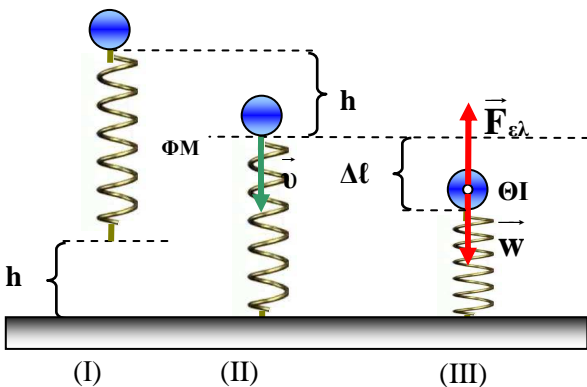
5. Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας βάρους  $\vec{w}$  είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Αρχικά, κρατάμε το σώμα έτσι ώστε το κάτω άκρο του ελατηρίου να βρίσκεται σε ύψος  $h = \frac{w}{k}$  πάνω από ένα οριζόντιο δάπεδο, και από τη θέση αυτή, το αφήνουμε ελεύθερο.

Όταν το κάτω άκρο του ελατηρίου φτάνει στο δάπεδο καρφώνεται σ' αυτό και το σύστημα ελατήριο - σφαίρα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Αντίσταση αέρα αμελητέα.

Θα είναι

$$A = \frac{w}{k} \text{ , β. } A = \frac{2w}{k} \text{ , γ. } A = \frac{w\sqrt{3}}{k} \text{ , δ. } A = \frac{w\sqrt{2}}{k}$$

**Απάντηση**



Τη στιγμή που το κάτω άκρο του ελατηρίου φτάνει στο έδαφος, η σφαίρα  $\Sigma$  απέχει  $\Delta\ell$  από τη θέση ισορροπίας της και έχει ταχύτητα  $\vec{v}$ . Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση που ακολουθεί έχουμε ότι

$$\frac{1}{2}k \cdot A^2 = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + \frac{1}{2}k \cdot \Delta\ell^2 \text{ (1)}$$

Όμως στη θέση ισορροπίας είναι

$$\vec{F}_{ολ} = \vec{0} \text{ ή } \vec{F}_{ελ} + \vec{w} = \vec{0} \text{ ή } F_{ελ} = w \text{ ή } k \cdot \Delta\ell = w \text{ ή}$$

$$\Delta\ell = \frac{w}{k} \text{ (2)}$$

Εξ άλλου κατά την ελεύθερη πτώση του συστήματος έχουμε ότι

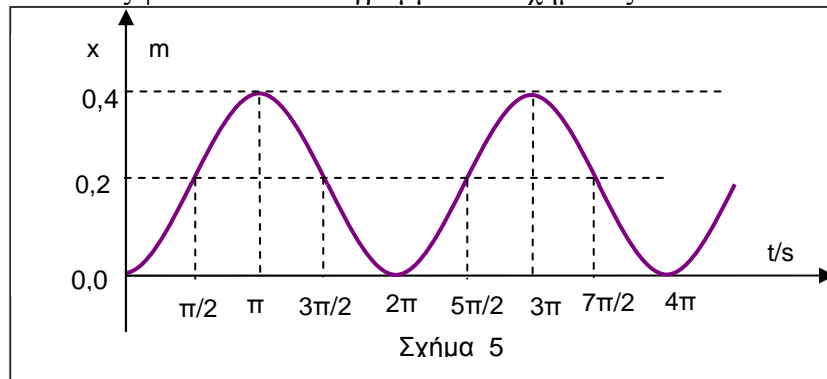
$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \text{ και} \\ v = g \cdot t \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = mgh = wh \quad (3)$$

Από την (1) με βάση τις (2), (3) έχουμε ότι  $\frac{1}{2} k \cdot A^2 = w \cdot h + \frac{1}{2} k \cdot \frac{w^2}{k^2}$  αλλά  $h = \frac{w}{k}$  άρα

$$k \cdot A^2 = 2w \cdot \frac{w}{k} + \frac{w^2}{k} = 3 \frac{w^2}{k} \quad \text{ή} \quad A^2 = \frac{3w^2}{k^2} \quad \text{ή} \quad A = \pm \frac{w}{k} \sqrt{3}$$

**Άρα σωστό είναι το γ.**

6. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Η θέση του σώματος στον άξονα της κίνησης μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος.



6.I. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι

- α.  $A = 0,2 \text{ m}$ ,
- β.  $A = 0,4 \text{ m}$ ,
- γ.  $A = \pi \text{ m}$
- δ.  $A = 2\pi \text{ m}$

6.II. Η περίοδος της ταλάντωσης είναι

- α.  $T = \pi/2 \text{ s}$ ,
- β.  $T = \pi \text{ s}$ ,
- γ.  $T = 2\pi \text{ s}$ ,
- δ.  $T = 0,4 \text{ s}$

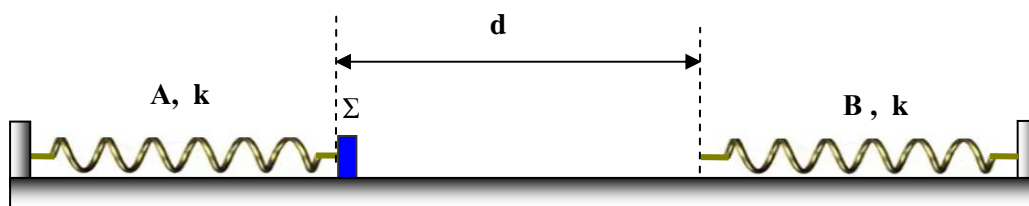
6.I. Από τα στοιχεία του διαγράμματος παρατηρούμε ότι η ταλάντωση πραγματοποιείται από  $x = 0$  μέχρι  $x = 0,4$ . Αυτό σημαίνει ότι το πλάτος της ταλάντωσης είναι  $A = \frac{0,4\text{m}}{2} = 0,2\text{m}$

**Άρα σωστό είναι το α.**

6.II. Παρατηρούμε επίσης ότι ο κύκλος μεταβολών της συνάρτησης  $x = f(t)$  διαρκεί από 0 έως  $2\pi$  s και επαναλαμβάνεται από  $2\pi$  s μέχρι  $4\pi$  s κλπ. Οπότε η περίοδος της ταλάντωσης είναι  $T = 2\pi$  s.

**Άρα σωστό είναι το γ.**

7. Δυο οριζόντια εντελώς όμοια ιδανικά ελατήρια A και B, έχουν στερεωθεί σε δυο κατακόρυφους



κατακόρυφους τοίχους όπως δείχνει το σχήμα, έτσι ώστε, τα ελεύθερα άκρα τους να απέχουν κατά  $d$ . Το σώμα  $\Sigma$ , εφάπτεται στο δεξιό άκρο του ελατηρίου A, και ηρεμεί σε ισορροπία πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

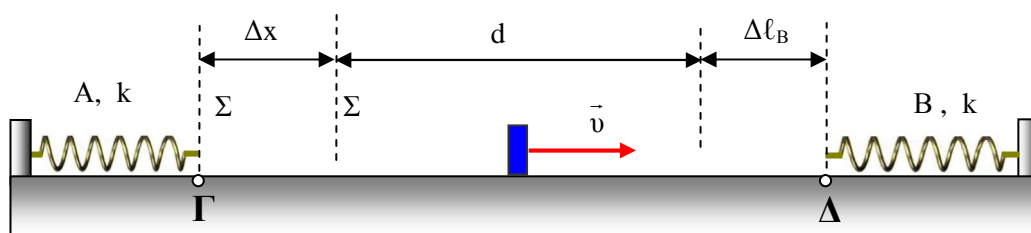
Εκτρέπουμε προς τα αριστερά το σώμα  $\Sigma$  κατά  $\Delta x = d/2$ , και, το αφήνουμε ελεύθερο από τη θέση αυτή.

Το πλάτος της ταλάντωσης που θα κάνει το σώμα  $\Sigma$  είναι

α.  $A = d$ , β.  $A = d/2$ , γ.  $A = 2d$ , δ.  $A = d/3$

### Απάντηση

Επειδή δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας λόγω τριβών, το σώμα  $\Sigma$  αφού εγκαταλείπει το ελατήριο A, θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα στο λείο οριζόντιο επίπεδο, και αφού διανύσει την απόσταση  $d$  θα πέσει πάνω στο ελατήριο B, προκαλώντας του συσπείρωση  $\Delta \ell_B$ . Στη συνέχεια, θα κινηθεί αντίθετα, θα αποχωριστεί από το ελατήριο B, και αφού καλύψει πάλι την απόσταση  $d$ , θα πέσει πάνω στο A και θα το συσπειρώσει κατά  $\Delta x$ . Η κίνηση αυτή επαναλαμβάνεται.



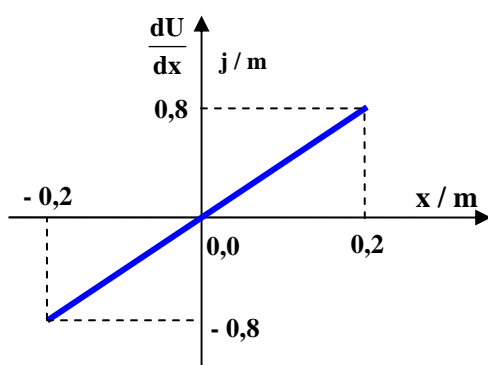
Πρόκειται δηλαδή, για ευθύγραμμη παλινδρομική κίνηση μεταξύ των σημείων  $\Gamma$  και  $\Delta$  που φαίνονται στο σχήμα που αποτελούν κατά συνέπεια τις ακραίες θέσεις της τροχιάς.

Με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε

$$\frac{1}{2}k \cdot (\Delta x)^2 = \frac{1}{2}k \cdot (\Delta \ell_B)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = \Delta \ell_B \quad \text{ή} \quad \Delta \ell_B = d/2.$$

Οι ακραίες θέσεις  $\Gamma$ ,  $\Delta$  της τροχιάς του σώματος, απέχουν μεταξύ τους κατά  $\Gamma\Delta = \Delta x + d + \Delta \ell_B = \frac{d}{2} + d + \frac{d}{2} = 2d$ . Οπότε το πλάτος της ταλάντωσης είναι  $A = \frac{2d}{2} = d$

**Άρα σωστό είναι το α.**



8. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\frac{dU}{dx} = f(x)$ , όπου  $U$  η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί ένα σώμα, και  $x$  η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του.

Η ενέργεια της ταλάντωσης αυτής είναι

α.  $E = 0,8 \text{ j}$ , β.  $E = 0,32 \text{ j}$ , γ.  $E = 0,08 \text{ j}$ , δ.  $E = 8 \text{ j}$

**Απάντηση**

Η στοιχειώδης μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης είναι

$$dU = dW_{\Sigma F} \text{ ή } dU = -\Sigma F \cdot dx \text{ ή } \frac{dU}{dx} = -\Sigma F$$

Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγομε και με παραγωγή δηλαδή  $U = \frac{1}{2} D \cdot x^2$  ή

$$\frac{dU}{dx} = Dx = -(-Dx) = -\Sigma F$$

$$\text{Άρα } \left( \frac{dU}{dx} \right)_{\max} = D \cdot x_{\max} = D \cdot A$$

Στο διάγραμμα φαίνεται ότι είναι  $\left( \frac{dU}{dx} \right)_{\max} = 0,8 \text{ j/m}$  για  $x = A = 0,2 \text{ m}$

οπότε  $0,8 \text{ j/m} = D \cdot 0,2 \text{ m}$  ή  $D = 4 \text{ N/m}$

$$\text{Αλλά } E = \frac{1}{2} D \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,2 \text{ m})^2 = 0,08 \text{ j} .$$

**Άρα σωστό είναι το γ**

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

**Μανώλης Δρακάκης**