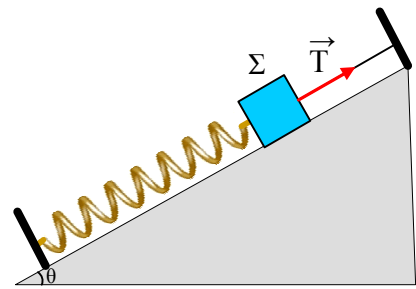


### Μια ταλάντωση με κρούση σε κεκλιμένο επίπεδο.

Ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=2\text{kg}$  ισορροπεί όπως στο σχήμα, όπου η τάση του νήματος έχει μέτρο  $T=50\text{N}$ . Δίνονται ακόμη η σταθερά του ελατηρίου  $k=200\text{N/m}$ , το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο με κλίση  $\theta=30^\circ$ , το νήμα είναι παράλληλο προς το επίπεδο και  $g=10\text{m/s}^2$ .



Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα κινείται.

- i) Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ.
- ii) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια ταλάντωσης.
- iii) Αφού το σώμα συμπίπτει το ελατήριο, κινείται προς τα πάνω. Τη στιγμή που απέχει  $d=10\text{cm}$  από την αρχική του θέση, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ένα άλλο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2=3\text{kg}$ , το οποίο κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει μηδενική ταχύτητα.
  - a) Ποια η ταχύτητα του  $\Sigma_2$ , ελάχιστα πριν την κρούση;
  - β) Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το συσσωμάτωμα.

#### Απάντηση:

- i) Μόλις κοπεί το νήμα το σώμα θα κινηθεί προς τα κάτω και θα ταλαντωθεί γύρω από την θέση ισορροπίας για την οποία:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= 0 \text{ ή } w_x = F_{ελ} \rightarrow \\ m_1 g \eta \mu \theta &= k \cdot x_1 \quad (1) \end{aligned}$$

όπου  $x_1$  η συσπίρωση του ελατηρίου

Παίρνουμε το σώμα σε μια τυχαία θέση η οποία απέχει κατά  $x$  από τη θέση ισορροπίας:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= w_x - F_{ελ} = m_1 g \eta \mu \theta - k(x_1 + x) \rightarrow \\ \Sigma F &= m_1 g \eta \mu \theta - kx_1 - kx \\ \xrightarrow{(1)} \Sigma F &= -kx \end{aligned}$$

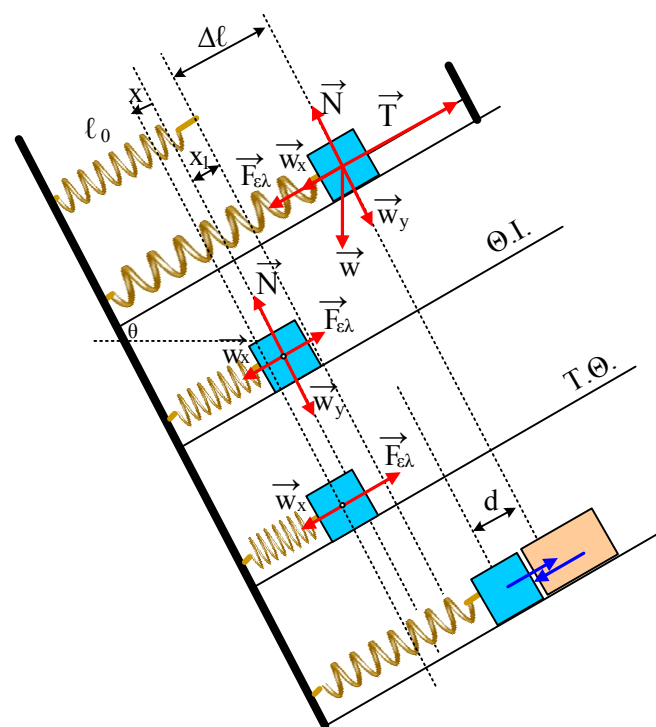
Άρα το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ με σταθερά  $D=k$ .

- ii) Στην αρχική θέση, πριν να κοπεί το νήμα, το σώμα ισορροπεί, άρα:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } \Sigma F_x = 0 \text{ ή } T = m_1 g \eta \mu \theta + k \cdot \Delta \ell \rightarrow$$

$$\Delta \ell = \frac{T - m_1 g \eta \mu \theta}{k} = \frac{50 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{200} \text{ m} = 0,2 \text{ m}$$

$$\text{Ενώ από την εξίσωση (1) έχουμε: } x_1 = \frac{m_1 g \eta \mu \theta}{k} = \frac{2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{200} \text{ m} = 0,05 \text{ m}$$



Μόλις κοπεί το νήμα το σώμα θα αρχίσει την ταλάντωσή του χωρίς να έχει ταχύτητα, συνεπώς αυτή είναι ακραία θέση, άρα  $A = \Delta\ell + x_1 = 0,2\text{m} + 0,05\text{m} = 0,25\text{m}$ .

Αντίστοιχα η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι:  $E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} 200 \cdot 0,25^2 \text{J} = 6,25\text{J}$ .

iii) Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma$  παραμένει σταθερή  $K+U=E_t$  ή

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} kx_2^2 = \frac{1}{2} kA^2$$

όπου  $x_2$  η απομάκρυνσή του  $x_2 = A - d = 0,25\text{m} - 0,1\text{m} = 0,15\text{m}$  και  $v_1$  η ταχύτητά του ελάχιστα πριν την κρούση.

$$v_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1} (A^2 - x_2^2)} = \sqrt{\frac{200}{2} (0,25^2 - 0,15^2)} = 2\text{m/s}$$

α) Εφαρμόζουμε για την κρούση την ΑΔΟ και έχουμε:

$$\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}} \quad \text{ή}$$

θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση σαν θετική:

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot V = 0 \quad \text{ή} \quad V = 4/3\text{m/s}$$

όπου  $V$  η ταχύτητα του δεύτερου σώματος  $\Sigma_2$  με φορά προς τα κάτω.

β) Το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει ταλάντωση, γύρω από μια νέα θέση ισορροπίας, για την οποία  $\Sigma F = 0$  ή

$$F_{\text{ελ}} = (m_1 + m_2)g \cdot \eta \mu \theta \quad \text{ή}$$

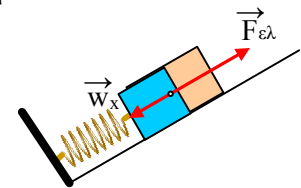
$$k\Delta\ell_1 = (m_1 + m_2)g \cdot \eta \mu \theta \rightarrow$$

$$\Delta\ell_1 = \frac{(m_1 + m_2)g \eta \mu \theta}{k} = \frac{50 \cdot \frac{1}{2}}{200} \text{m} = 0,125\text{m}$$

όπου  $\Delta\ell_1$  η συσπίρωση του ελατηρίου.

Αλλά τη στιγμή της κρούσης το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε απόσταση  $d = 0,1\text{m}$  από την αρχική θέση συνεπώς το ελατήριο είχε επιμήκυνση  $d_1 = \Delta\ell - d = 0,2\text{m} - 0,1\text{m} = 0,1\text{m}$  και η θέση αυτή (ακραία θέση για την νέα ταλάντωση) απέχει κατά  $A_1 = d_1 + \Delta\ell_1 = 0,1\text{m} + 0,125\text{m} = 0,225\text{m}$  από την νέα θέση ισορροπίας.

Βλέπουμε δηλαδή ότι  $A_1 = 22,5\text{cm}$ .



### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης