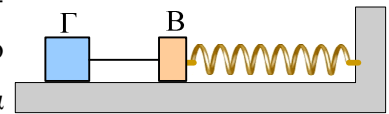


### Η τάση του νήματος πριν την κρούση.

Το σύστημα των σωμάτων Β και Γ, με μάζες  $m_1=1\text{kg}$  και  $m_2=3\text{kg}$  αντίστοιχα ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, όπου το ελατήριο έχει σταθερά  $k=400\text{N/m}$  και το νήμα μήκος  $d$ . Τραβάμε το σώμα Γ προς τα



αριστερά επιμηκύνοντας το ελατήριο κατά  $0,4\text{m}$  και για  $t=0$ , αφήνουμε το σύστημα να εκτελέσει ΑΑΤ.

A) Να βρεθεί η τάση του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

B) Αν τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά και δημιουργείται συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{3\pi}{40}\text{s}$ ,

να βρεθούν:

i) Το μήκος του νήματος που συνδέει τα δυο σώματα.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης τις χρονικές στιγμές:

$$\text{α) } \frac{3\pi}{80}\text{ s}, \quad \text{β) } \frac{5\pi}{80}\text{ s}, \quad \text{γ) } \frac{7\pi}{80}\text{ s}$$

iii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση.

#### Απάντηση:

A) Το σύστημα των δύο σωμάτων εκτελεί ΑΑΤ με πλάτος  $A=0,4\text{m}$  και θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση σαν θετική, ξεκινά την ταλάντωσή του από την αρνητική ακραία θέση της ταλάντωσής του, συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής:

$$x=A\cdot\eta\mu(\omega t+\varphi_0), \text{ όπου } \omega=\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}=\sqrt{\frac{400}{1+3}}\text{rad/s}=10\text{rad/s},$$

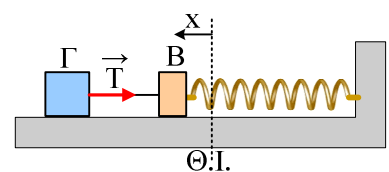
$$\text{ενώ για } t=0 \text{ έχουμε: } -A=A\cdot\eta\mu\varphi_0 \rightarrow \eta\mu\varphi_0=-1 \rightarrow \varphi_0=\frac{3\pi}{2}$$

Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης παίρνει τη μορφή:  $x=0,4\cdot\eta\mu\left(10t+\frac{3\pi}{2}\right)$  (S.I.)

Την ταλάντωση όμως αυτή εκτελεί και το σώμα Γ, συνεπώς<sup>1</sup>:

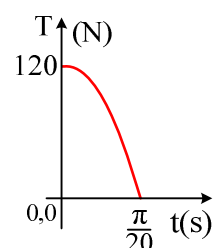
$$\Sigma F_{\Gamma}=m_2\cdot a = m_2\cdot(-A\omega^2\cdot\eta\mu\left(10t+\frac{3\pi}{2}\right)) \text{ ή}$$

$$T=-m_2\omega^2 A\cdot\eta\mu\left(10t+\frac{3\pi}{2}\right)=-120\cdot\eta\mu\left(10t+\frac{3\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$



Η ζητούμενη λοιπόν γραφική παράσταση είναι αυτή του διπλανού σχήματος.

B) Προφανώς μόλις το σώμα Γ φτάσει στην θέση ισορροπίας, τη στιγμή  $t=\frac{1}{4}T=\frac{\pi}{20}\text{s}$ , η τάση του νήματος μηδενίζεται και ενώ το σώμα Β επιβραδύνεται αφού συμπιέζει το ελατήριο, το σώμα Γ κινείται πλέον με σταθερή ταχύτητα και το νήμα δεν τεντώνεται πλέον. Τα δυο σώματα φτάνουν στη θέση ισορροπίας με ταχύτητα  $v_{\max}=A\cdot\omega =$



4m/s.

- i) Μόλις το σώμα Β περάσει τη θέση ισορροπίας αρχίζει να συσπειρώνει το ελατήριο και ξεκινά μια νέα ταλάντωση με περίοδο:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{400}} s = \frac{\pi}{10} s$$

Πού βρίσκεται το σώμα Β τη στιγμή  $t_1 = \frac{3\pi}{40} s$ ; Εκτελεί την δεύτερη ταλάντωσή του για χρονικό διάστημα

μα  $\Delta t = \frac{3\pi}{40} s - \frac{\pi}{20} s = \frac{\pi}{40} s = \frac{T_1}{4}$  συνεπώς βρίσκεται στην ακραία θετική απομάκρυνσή του και έχει μη-

δενική ταχύτητα. Για το νέο πλάτος ταλάντωσης έχουμε:

$$v_{\max} = A_1 \cdot \omega_1 \rightarrow A_1 = \frac{v_{\max}}{2\pi} = \frac{v_{\max} T_1}{2\pi} = \frac{v_{\max}}{20} = 0,2 m$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα  $\Delta t = \frac{\pi}{40} s$  το σώμα Γ κινείται με σταθερή ταχύτητα, συνεπώς:

$$d + A_1 = v_{\max} \cdot \Delta t \rightarrow d = v_{\max} \cdot \Delta t - A_1 = 4m/s \cdot \frac{\pi}{40} s - 0,2m = 0,114m$$

- ii) Εφαρμόζοντας την ΑΔΟ για την πλαστική κρούση βρίσκουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho\nu} = \vec{P}_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}} \quad \text{ή} \quad m_2 \cdot v_{\max} = (m_1 + m_2) \cdot v_{\kappa} \quad \text{ή}$$

$$v_{\kappa} = \frac{m_2 v_{\max}}{m_1 + m_2} = \frac{3 \cdot 4}{1 + 3} m/s = 3m/s$$

Έτσι για τις ενέργειες ταλάντωσης έχουμε:

α) Τη στιγμή  $\frac{3\pi}{80} s < \frac{\pi}{20} s$   $E_1 = \frac{1}{2} k A^2 = 32J$

β) Τη στιγμή  $\frac{5\pi}{80} s > \frac{\pi}{20} s$  αλλά πριν την κρούση  $E_2 = \frac{1}{2} k A_1^2 = 8J$

γ) Τη στιγμή  $\frac{7\pi}{80} s > \frac{3\pi}{40} s$   $E_3 = \frac{1}{2} k A_2^2 = \frac{1}{2} k A_1^2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{\kappa}^2 = 27J.$

- iii) Στο συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ασκείται η δύναμη του ελατηρίου με φορά προς τ' αριστερά και μέτρο  $F = kA_1 = 80N$ . Έτσι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} = F \cdot v \cdot \sigma\nu\nu\alpha = 80 \cdot 3 \cdot (-1) J/s = -240J/s$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{-dW_{F\epsilon\pi}}{dt} = -F \cdot v \cdot \sigma\nu\nu\alpha = -80 \cdot 3 \cdot (-1) J/s = 240J/s$$

### Σχόλια:

- 2) Για την τάση του νήματος συνήθως γράφεται:  $T = -D_2 x = -m_2 \omega^2 \cdot x$ , όπου  $D_2$  ονομάζεται σταθερά επαναφοράς του σώματος Γ.

- 3) Την ταχύτητα του σώματος Β τη στιγμή  $\frac{3\pi}{40}$  s, θα μπορούσαμε να την υπολογίσουμε παίρνοντας την εξίσωση της ταχύτητάς του, για την δεύτερη ταλάντωση που κάνει:

$$v = v_{\max} \cdot \sin \omega_1(t-t') \text{ όπου } \omega_1 = 20 \text{ rad/s και } t' = \frac{\pi}{20} \text{ s.}$$

Εδώ βέβαια με βάση τα δεδομένα το σώμα βρισκόταν σε θέση πλάτους και δεν χρειαζόταν να μπλέξουμε με εξίσωση κίνησης, σε άλλη περίπτωση όμως θα είμαστε υποχρεωμένοι να δουλέψουμε με εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας.

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*