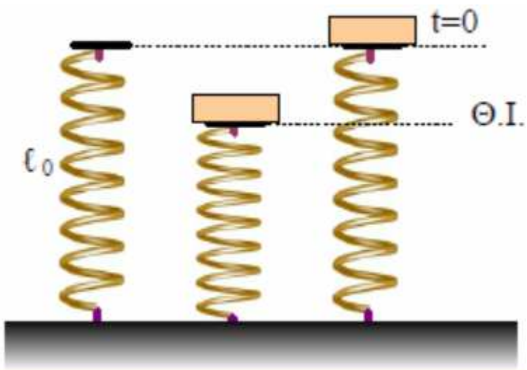
Ερωτήσεις με δικαιολόγηση. Απαντήσεις.

1) **Ενέργειες δύο ταλαντώσεων.**

Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Προσφέροντας ενέργεια 2J στο σώμα, το μετακινούμε κατακόρυφα, μέχρι τη θέση που το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος του και σε μια στιγμή που θεωρούμε t=0 το αφήνουμε να κινηθεί. Το σώμα κινείται προς τα κάτω (εκτελώντας α.α.τ.) μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 πριν σταματήσει στιγμιαία.



Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

i) Τη στιγμή t_1 το ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια 2J.

Το ίδιο σώμα αφήνεται να πέσει πάνω στο ελατήριο από ύψος h=0,5m, οπότε για όσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, εκτελεί α.α.τ.

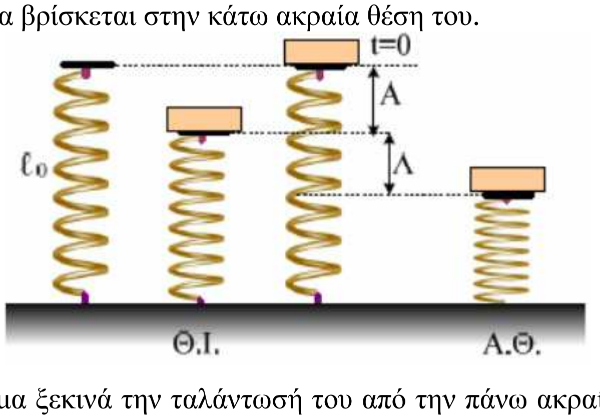
ii) Η ενέργεια της ταλάντωσης αυτής είναι 7J.

iii) Ο χρόνος που το σώμα κινείται προς τα κάτω συμπιέζοντας το ελατήριο είναι ίσο με t_1.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

i) Τη στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση του.



Τη στιγμή t=0 το σώμα ξεκινά την ταλάντωσή του από την πάνω ακραία θέση του, απέχοντας κατά Α από τη θέση ισορροπίας. Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με:

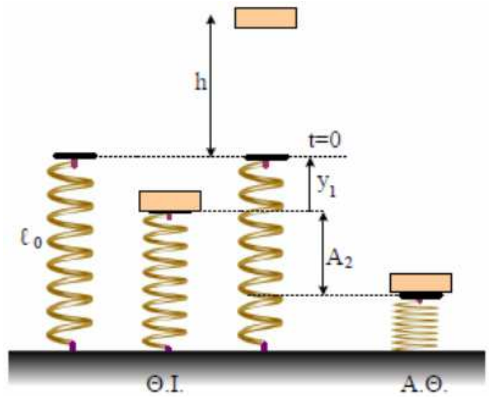
$$E_1= ½\ D·A^2 = ½\ k·A^2.$$

Στην κάτω ακραία θέση το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά $Δ\ell=2A$, οπότε η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι:

$$E_{ελ}= ½\ k·Δ\ell^2 = ½\ k·4A^2= 4E_1= 8J.$$

Η πρόταση είναι λανθασμένη.

ii) Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο πάνω άκρο του ελατηρίου, έχει κινητική ενέργεια K_1 η οποία μπορεί να βρεθεί εφαρμόζοντας την ΑΔΜΕ ανάμεσα στην αρχική θέση σε ύψος h και στην παραπάνω θέση:



$$K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_1+U_1$$

Και θεωρώντας μηδέν τη δυναμική ενέργεια στη θέση που το σώμα φτάνει στο ελατήριο, έχουμε:

$$U_{αρχ}=K_1 \text{ ή } K_1=mgh$$

Βέβαια και αυτή η ταλάντωση πραγματοποιείται γύρω από την ίδια, όπως και πριν, θέση ισορροπίας και με την ίδια περίοδο $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Εφαρμόζοντας τώρα την διατήρηση ενέργειας στην ταλάντωση παίρνουμε:

$$E_2= ½\, Dy_1^2 + ½\, mυ_1^2 = ½\, DA^2 +mgh = 2J+1kg·10m/s^2·0,5m = 7J.$$

Η πρόταση είναι σωστή.

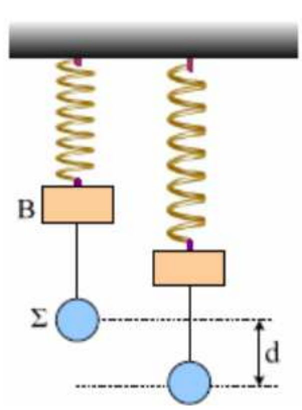
iii) Το χρονικό διάστημα t_1 είναι ίσο με το χρόνο που έκανε αρχικά το σώμα για να πάει από την μια ακραία θέση, στην άλλη, συνεπώς $t_1=T/2$

Τώρα όμως το σώμα φτάνει στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου με κάποια ταχύτητα, συνεπώς αυτή δεν είναι ακραία θέση και το χρονικό διάστημα για να φτάσει στην κάτω ακραία θέση του, είναι μικρότερη από T/2.

Η πρόταση είναι λανθασμένη.

2) **Ταλάντωση και τάση νήματος.**

Στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k έχει δεθεί ένα σώμα Β μάζας Μ, κάτω από το οποίο μέσω νήματος, έχει δεθεί μια σφαίρα Σ, μάζας m. Το σύστημα ισορροπεί έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά 2d. Τραβάμε προς τα κάτω τη σφαίρα κατά d και την αφήνουμε, οπότε το σύστημα εκτελεί ΑΑΤ, με σταθερά επαναφοράς k.



i) Η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος που συνδέει τα δυο σώματα είναι:

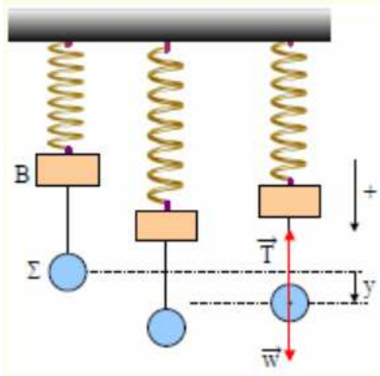
α) ½ mg β) mg γ) 1,5mg δ) 2mg

ii) Η μέγιστη κινητική ενέργεια της σφαίρας στη διάρκεια της ταλάντωσής της είναι:

$$α)\ \frac{1}{2}kd^2 \quad β)\ \frac{1}{2}\frac{m}{M}kd^2 \quad γ)\ \frac{1}{2}\frac{m}{M+m}kd^2 \quad δ)\ \frac{1}{2}\frac{M}{M+m}kd^2$$

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα σε μια τυχαία θέση που απέχει κατά y από τη θέση ισορροπίας.



i) Θεωρώντας θετική την προς τα κάτω κατεύθυνση παίρνουμε για τη σφαίρα Σ:

w-T=m·α ή mg – T= m·(-ω^2· y) ή T= mg +m·ω^2·y (1)

Αλλά k=(M+m)·ω^2, οπότε η (1) γίνεται:

$$T = mg + \frac{m}{M+m}k \cdot y$$

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει ότι η τάση του νήματος γίνεται ελάχιστη στην θέση y=-A= - d.

$$T_{\min} = mg + \frac{m}{M+m}k \cdot (-d) \ (2)$$

Αλλά στη θέση ισορροπίας για το σύστημα ΣF=0 ή $w_{ολ}=F_{ελ}$ ή (M+m)g = k·2d ή $d = \frac{M+m}{2k}g$ και με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε:

$$T_{\min} = mg - \frac{m}{M+m}k \cdot \frac{M+m}{2k}g = \frac{1}{2}mg \quad \text{Σωστή η πρόταση α).}$$

ii) Η μέγιστη κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι στη θέση ισορροπίας:

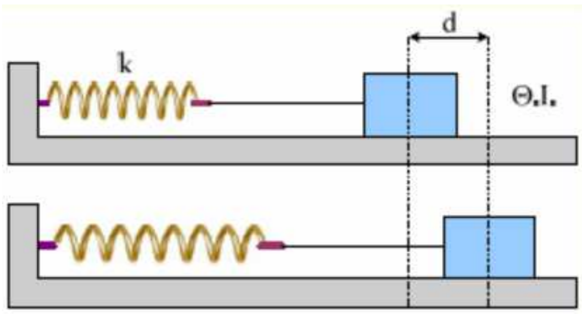
$$K_{max} = ½\, m\upsilon^2_{max} = \frac{1}{2}m(A\omega)^2 = \frac{1}{2}md^2 \cdot \frac{k}{M+m} \ \text{ή}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2}\frac{m}{M+m}kd^2$$

Σωστή η πρόταση γ).

3) Ταλάντωση σώματος στο άκρο νήματος

Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά κατά d, επιμηκύνοντας επίσης κατά d το ελατήριο, όπως στο σχήμα και το αφήνουμε να κινηθεί για t=0.



i) Η ταχύτητα του σώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά τη στιγμή t_1 όπου:

$$\alpha)\ t_1 < \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \beta)\ t_1 = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \gamma)\ t_1 > \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

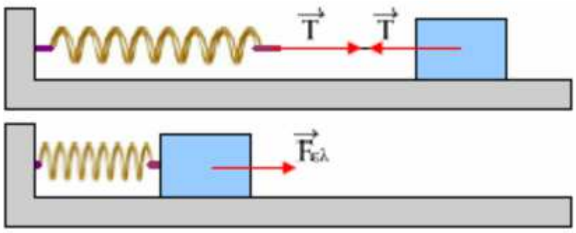
ii) Η απόσταση που θα διανύσει το σώμα μέχρι τη στιγμή t_1 θα είναι:

α) s<2d β) s= 2d s> 2d

iii) Να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα που να εμφανίζεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από 0-t_1. Θεωρείστε την προς τα αριστερά κατεύθυνση θετική.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση;



Μόλις αφεθεί το σώμα ελεύθερο δέχεται δύναμη από το νήμα ίση κατά μέτρο με την δύναμη του ελατηρίου, η οποία το επιταχύνει προς την θέση ισορροπίας, όπου το ελατήριο θα αποκτήσει το φυσικό του μήκος, η δε κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ με σταθερά D=k. Αυτό θα ισχύει μέχρι να φτάσει το σώμα στην αρχική θέση ισορροπίας του, όπου θα μηδενιστεί η δύναμη του ελατηρίου, συνεπώς και η τάση του νήματος. Έτσι το σώμα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα, μέχρι να φτάσει στο ελατήριο, το οποίο και θα αρχίσει να συσπειρώνει, εκτελώντας ξανά τμήμα ΑΑΤ με D=k.

i) Ο χρόνος μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος θα είναι ίσος με το άθροισμα των τριών χρονικών διαστημάτων για τις τρεις παραπάνω κινήσεις.

$$t_1 = \tfrac{1}{4}T + \ell/\upsilon + \tfrac{1}{4}T = \tfrac{1}{2}T + \ell/\upsilon = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{\ell}{\upsilon}$$

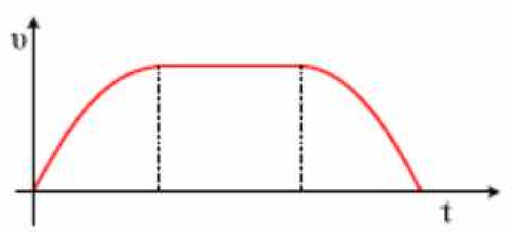
όπου ℓ το μήκος του νήματος. Άρα σωστή η γ) πρόταση.

ii) Η ενέργεια της αρχικής ταλάντωσης $\tfrac{1}{2} kd^2$, θα είναι ίση και με την τελική ενέργεια της δεύτερης ταλάντωσης $\tfrac{1}{2} kA^2 = \tfrac{1}{2} kd^2$, συνεπώς και οι δύο ταλαντώσεις θα έχουν το ίδιο πλάτος. Με βάση την παραπάνω ανάλυση η απόσταση που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει στιγμιαία θα είναι:

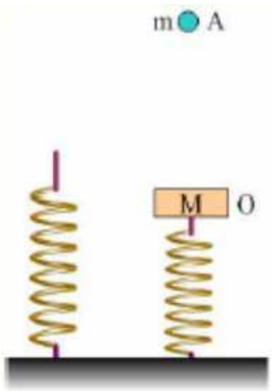
$$s = A + \ell + A = 2d + \ell$$

και σωστή είναι η γ) πρόταση.

iii) Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι η παρακάτω, όπου τα καμπύλα τμήματα είναι αρμονικά.



4) Πλαστική κρούση και α.α.τ.



Ένας δίσκος μάζας Μ ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, θέση Ο, όπως στο σχήμα. Από ορισμένο ύψος h αφήνεται να πέσει μια σφαίρα Α μάζας m και να συγκρουσθεί πλαστικά με το δίσκο. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει.

Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις:

i) Το σύστημα θα εκτελέσει α.α.τ. γύρω από τη θέση Ο.

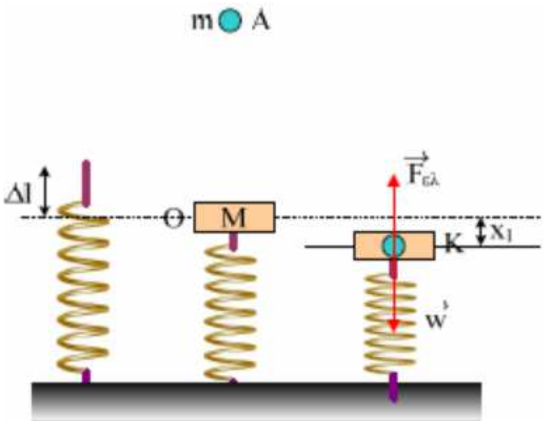
ii) Η μέγιστη ταχύτητα του συστήματος θα είναι στη θέση Ο.

iii) Αμέσως μετά την κρούση η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με μηδέν.

iv) Η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι μεγαλύτερη από $\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}$.

v) Αν Μ=3m, τότε η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος θα είναι ίση με $\frac{1}{4}mgh$.

Απάντηση:



Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για την πτώση της σφαίρας από ην αρχική θέση μέχρι ελάχιστα πριν την κρούση:

$$K_{αρχ}+U_{αρχ} = K_{τελ}+U_{τελ}$$

Και θεωρώντας την τελική θέση ότι U=0 παίρνουμε:

$$mgh = ½\, mυ_1^2 \rightarrow υ_1 = \sqrt{2gh}$$

Για την κρούση ισχύει η ΑΔΟ→

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \rightarrow$$

$$mυ_1 = (m+M)\, υ_κ \; (1)$$

Στην αρχική θέση ισορροπίας:

$$ΣF=0 \rightarrow$$

$$Mg = k \cdot Δ\ell \; (2)$$

Μετά την κρούση το σύστημα θα εκτελέσει ταλάντωση γύρω από μια νέα θέση ισορροπίας που το ελατήριο θα έχει συσπείρωση $Δ\ell + x_1$ για την οποία ισχύει:

$$ΣF=0 \rightarrow$$

$$(M+m)g = k(\Delta\ell + x_1)\ (3)$$

Από (2) και (3) παίρνουμε:

$$x_1 = \frac{mg}{k}\ (4)$$

Η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$E=K_o+U_o \rightarrow$$

$$E = \frac{1}{2}(M+m)\upsilon_\kappa^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \rightarrow$$

$$E = \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{m\upsilon_1}{m+M}\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 \rightarrow$$

$$E = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2\frac{m}{m+M} + \frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}\ (5)$$

Αν M=3m η (5) δίνει:

$$E = \frac{1}{4}mgh + \frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}$$

Με βάση τα παραπάνω οι απαντήσεις είναι:

i) Το σύστημα θα εκτελέσει α.α.τ. γύρω από τη θέση Ο. **Λ.**

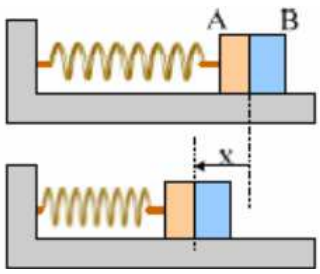
ii) Η μέγιστη ταχύτητα του συστήματος θα είναι στη θέση Ο. **Λ.**

iii) Αμέσως μετά την κρούση η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με μηδέν. **Λ.**

iv) Η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι μεγαλύτερη από $\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}$. **Σ.**

v) Αν M=3m, τότε η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος θα είναι ίση με $\frac{1}{4}mgh$. **Λ.**

5) **Ταλάντωση συστήματος σωμάτων**



Το σύστημα των σωμάτων Α και Β με μάζες m_1 και m_2 εφάπτονται μεταξύ τους και ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το σώμα Α είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς K, όπως στο σχήμα. Σπρώχνουμε το σώμα Β συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά Α και αφήνουμε το σύστημα να ταλαντωθεί.

Α) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

i) Το σύστημα εκτελεί α.α.τ. με σταθερά D=K.

ii) Το σώμα Α εκτελεί α.α.τ. με σταθερά D=K.

iii) Το σώμα Α εκτελεί α.α.τ. επειδή δέχεται την δύναμη του ελατηρίου με μέτρο $F_{\varepsilon\lambda}=K\cdot\Delta l=K\cdot x$.

iv) Το σώμα Β δέχεται δύναμη από το ελατήριο και γι’ αυτό θα κινηθεί προς τα δεξιά.

Β) Το σώμα Β δέχεται οριζόντια δύναμη F_{21} από το σώμα Α η οποία δίνεται από την εξίσωση:

i) $F_{21}= - K\cdot x$ ii) $F_{21}= - D_2\cdot x$

iii) $F_{21}= - m_2\omega^2\cdot x$ iv) $F_{21}= - m_2\cdot Kx/(m_1+m_2)$

v) $F_{21}= m_2\alpha$

Ποιες από τις παραπάνω σχέσεις είναι σωστές;

Γ) Σε ποια θέση μηδενίζεται η δύναμη F_{21};

Δ) Τι κίνηση θα εκτελέσει κάθε σώμα μετά την θέση x=0 και γιατί;

Ε) Μόλις αποχωριστούν τα δύο σώματα:

i) Το σώμα Α θα συνεχίσει να εκτελεί α.α.τ. με την ίδια περίοδο.

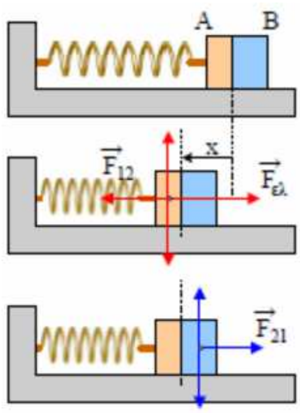
ii) Το σώμα Α θα συνεχίσει να εκτελεί α.α.τ. με σταθερά D=K.

iii) Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος Α δεν θα αλλάξει.

iv) Η μέγιστη δύναμη που δέχεται το σώμα Α από το ελατήριο θα μεταβληθεί.

v) Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Α δεν θα μεταβληθεί.

Απάντηση:



Στο σχήμα φαίνεται το σύστημα να απέχει κατά x από την θέση ισορροπίας προς τα αριστερά, στο μεσαίο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α και στο κάτω σχήμα οι δυνάμεις στο σώμα Β. Προσέξτε τις F_{21} και F_{12} που ασκούνται στα δύο σώματα. Αν την F_{21} την θεωρήσουμε δράση που α-σκείται από το Α στο Β, η F_{12} είναι η αντίδρασή της.

Τα σώματα κινούνται μαζί, εκτελώντας α.α.τ.

Για το Α: $\Sigma F= F_{12}-F_{ελ}= - D_1\cdot x$, όπου D_1 η σταθερά επαναφοράς του Α, όπου $D_1=m_1\cdot\omega^2$.

Για το Β: $\Sigma F= - F_{21} = -D_2\cdot x$, όπου D_2 η σταθερά επαναφοράς του Β, όπου $D_2= m_2\cdot\omega^2$.

Ενώ για το σύστημα των δύο σωμάτων:

$$\Sigma F= -F_{ελ}= - Dx = -Kx$$

Εξάλλου για το σύστημα $D=m_{ολ}\omega^2$ ή $\omega^2 = K/(m_1+m_2)$.

Οπότε $D_1= m_1\cdot K/ (m_1+m_2)$ και $D_2 = m_2\cdot K/(m_1+m_2)$.

Έτσι οι απαντήσεις είναι:

Α)

Σ Λ Λ Λ

Β)

i) $F_{21}= - K\cdot x$ Λ ii) $F_{21}= - D_2\cdot x$ Σ

iii) $F_{21}= - m_2\omega^2\cdot x$ Σ iv) $F_{21}= - m_2\cdot Kx/(m_1+m_2)$ Σ

v) $F_{21}= m_2\alpha$ Σ

Γ) Από την εξίσωση $F_{21}= - D_2\cdot x$ προκύπτει ότι η δύναμη που επιταχύνει το σώμα Β μηδενίζεται στην θέ-ση ισορροπίας x=0.

Δ) Μετά το μηδενισμό της δύναμης μεταξύ των δύο σωμάτων, το Β δεν δέχεται δύναμη και κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ το Α επειδή είναι δεμένο με το ελατήριο, θα δέχεται δύναμη από αυτό, η οποία λόγω επιμήκυνσης του ελατηρίου θα έχει φορά προς τα αριστερά, το σώμα επιβραδύνεται (άρα μένει πίσω…. Δεν θα ξαναπλησιάσει το Β) και θα εκτελέσει μια νέα ταλάντωση με σταθερά D=K γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου).

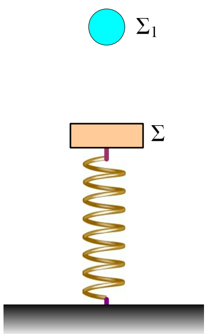
Ε) Η ταχύτητα που είχε όταν έφτασε στη θέση ισορροπίας $υ_1=ω\cdot Α$ θα είναι και η μέγιστη ταχύτητα για την νέα ταλάντωση που ξεκινά, όπου $υ_1=ω_1\cdot A_1$. Προσέξτε όμως ότι θα έχει αλλάξει το ω. $ω_1^2= K/m_1$. Και κατά συνέπεια θα μεταβληθεί και το πλάτος ταλάντωσης.

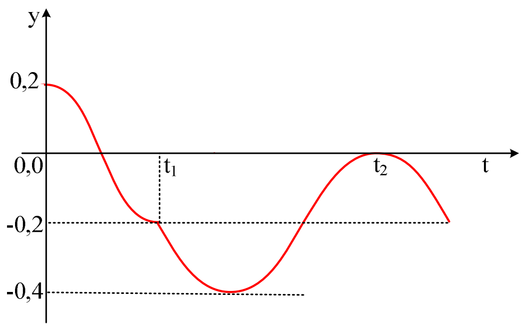
Οι απαντήσεις λοιπόν θα είναι:

Λ Σ Σ Σ Σ

6) **Μια κρούση και δυο ταλαντώσεις.**

Ένα σώμα Σ ισορροπεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή εκτρέπουμε το σώμα προς τα πάνω, μέχρι τη θέση που το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος του και το αφήνουμε να εκτελέσει α.α.τ. ενώ ταυτόχρονα ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$ αφήνεται να πέσει από ορισμένο ύψος. Δίνεται ότι η θέση του σώματος Σ μεταβάλλεται όπως στο παρακάτω διάγραμμα, όπου για την αρχική θέση y=0.





Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

i) Η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι πλαστική.

ii) Τα δύο σώματα έχουν ίσες μάζες.

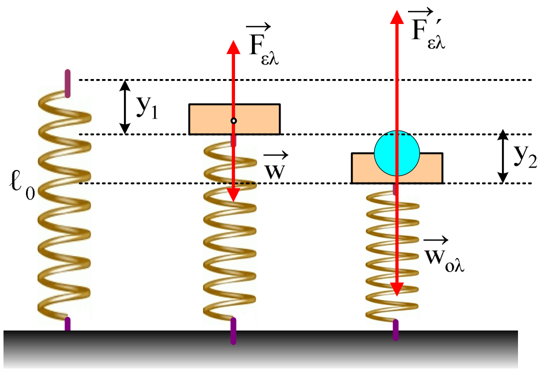
iii) Η ενέργεια ταλάντωσης πριν την κρούση, είναι ίση με την ενέργεια μετά την κρούση.

iv) Για τις τιμές του χρόνου που έχουν σημειωθεί στο διάγραμμα ισχύει $t_2=2,5t_1$.

Απάντηση:

i) Παρατηρούμε ότι ενώ αρχικά το σώμα Σ ταλαντώνεται γύρω από τη θέση y=0, μετά την κρούση, που πραγματοποιείται τη χρονική στιγμή t_1, η ταλάντωση πραγματοποιείται γύρω από τη θέση y_1= -0,2m. Έχουμε δηλαδή αλλαγή στη θέση ισορροπίας και αυτό συνέβη επειδή άλλαξε η μάζα του ταλαντούμενου σώματος. Συνεπώς η κρούση είναι πλαστική (Σ).

ii) Στο παρακάτω σχήμα έχει σχεδιαστεί το ελατήριο στο φυσικό μήκος του, η αρχική θέση ισορροπίας του σώματος Σ και η νέα θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, καθώς και οι ασκούμενες δυνάμεις.



Για την αρχική θέση ισορροπίας:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \text{ ή}$$

$$F_{ελ} = mg \text{ ή}$$

$$ky_1 = mg \quad (1)$$

Αλλά το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με την αρχική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας (όπου το ελατήριο απέκτησε το φυσικό μήκος του) και με βάση το διάγραμμα y_1= 0,2m.

Για τη νέα θέση ισορροπίας:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \text{ ή}$$

$$F_{ελ} = (m+m_1)\, g \text{ ή}$$

$$k(y_1+y_2) = (m+m_1)\, g \text{ ή}$$

$$ky_1+ky_2 = mg+m_1\, g$$

και με βάση την (1)

$$ky_2 = m_1\, g \quad (2)$$

Αλλά με βάση το διάγραμμα, το συσσωμάτωμα εκτελεί ταλάντωση γύρω από τη θέση -0,2m, συνεπώς η νέα θέση ισορροπίας απέχει από την αρχική κατά y_2=0,2m, οπότε από την σύγκριση των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει $m=m_1$. Άρα η πρόταση είναι σωστή.

iii) Το αρχικό και το τελικό πλάτος ταλάντωσης είναι ίσα (Α=0,2m), συνεπώς και οι ενέργειες είναι ίσες αφού $E_τ = ½\, k·A^2$.

iv) Η πρόταση είναι λανθασμένη αφού:

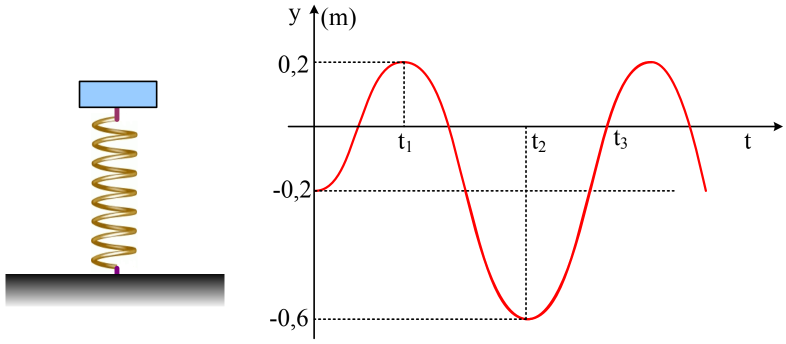
$$t_1 = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\text{Ενώ } t_2 - t_1 = \frac{3}{4} 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}} \text{ ή}$$

$$t_2 = t_1 + \frac{3}{4} 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}} = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{3}{4} 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}} \neq 2{,}5 \cdot \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

7) **Ταλάντωση ενός συστήματος σωμάτων.**

Ένα σώμα Σ ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα και για t=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί (με σταθερά επαναφοράς D=k). Τη χρονική στιγμή t_1 πάνω στο σώμα αφήνουμε ένα δεύτερο σώμα Γ μάζας 2kg, οπότε η ταλάντωση συνεχίζεται με το σύστημα των σωμάτων. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από την αρχική θέση ισορροπίας (y=0) του σώματος Σ, σε συνάρτηση με το χρόνο.



Δίνεται ότι $t_2=t_1+1s$, $\pi^2\approx 10$ και $g=10m/s^2$.

Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις.

i) Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος είναι τετραπλάσια της αρχικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος Σ.

ii) Η δύναμη Ν (δύναμη στήριξης) που δέχεται το σώμα Γ από το σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_2 έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο 28N.

iii) Η δύναμη που ασκεί το σώμα Γ στο σώμα Σ τη στιγμή t_3 έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο 16N.

Απάντηση:

i) Με βάση τη γραφική παράσταση y=f(t) βλέπουμε ότι αρχικά το σώμα Σ ταλαντώνεται με πλάτος $A_1=0{,}2m$ και τελικά το σύστημα με πλάτος $A_2=0{,}4m$. Έτσι για τις ενέργειες ταλάντωσης έχουμε:

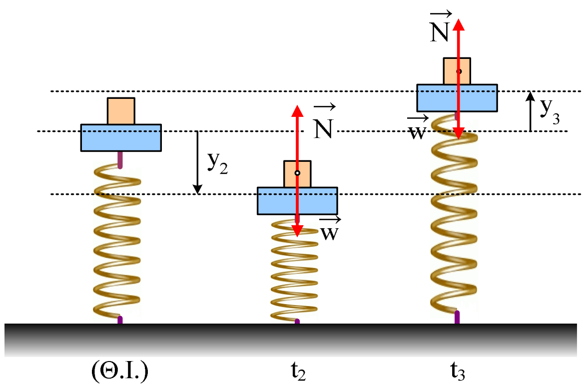
$$E_1= ½\, DA_1^2 \text{ και } E_2= ½\, D\cdot A_2^2$$

Όπου D=k η σταθερά του ελατηρίου. Αλλά $A_2=2A_1$, οπότε:

$E_2= ½\, D\cdot A_2^2 = ½\, D\cdot 4\cdot A_1^2 = 4E_1$. Η πρόταση είναι σωστή.

ii) Το χρονικό διάστημα t_2-t_1 είναι το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί για την ταλάντωση του συσσωματώματος, από τη μια ακραία θέση στην άλλη, συνεπώς είναι ίσο με μισή περίοδο. Άρα T=2s, οπότε ω=2π/T= π rad/s.

Στο διπλανό σχήμα έχουμε πάρει το σώμα Γ στη θέση ισορροπίας, στην κάτω ακραία θέση του τη στιγμή t_2 και στη θέση που βρίσκεται τη στιγμή t_3.



Για τη στιγμή t_2 αναφερόμενοι στο σώμα Γ έχουμε:

$$\Sigma F=m\cdot \alpha \text{ ή}$$

$$\Sigma F= m(-\omega^2 y) \text{ ή}$$

$$N-mg= -m\omega^2\cdot y_2 \text{ ή}$$

$$N= mg- m\omega^2\cdot y_2$$

Όπου $y_2=-0{,}4m$, οπότε με αντικατάσταση:

$$N= mg- m\omega^2\cdot y_2 = 2kg\cdot 10m/s^2 - 2kg\cdot \pi^2\, r^2/s^2\cdot(-0{,}4m) = 28N.$$

Η πρόταση είναι σωστή.

iii) Με τον ίδιο τρόπο για τη θέση (3) αναφερόμενοι πάντα για το σώμα Γ έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \text{ ή}$$

$$\Sigma F = m(-\omega^2 y) \text{ ή}$$

$$N - mg = -m\omega^2 \cdot y_3 \text{ ή}$$

$$N = mg - m\omega^2 \cdot y_3$$

Όπου $y_3 = 0{,}2m$, οπότε με αντικατάσταση:

$$N = mg - m\omega^2 \cdot y_3 = 2kg \cdot 10m/s^2 - 2kg \cdot \pi^2\ r^2/s^2 \cdot (0{,}2m) = 16N.$$

Αλλά αν το σώμα Γ δέχεται δύναμη από το σώμα Σ με φορά προς τα πάνω μέτρου 16N, τότε ασκεί στο Σ την αντίδρασή της με φορά προς τα κάτω μέτρου 16N

Συνεπώς η πρόταση είναι σωστή.

Σχόλιο:

Συνήθως το γινόμενο $m\omega^2$ αναφέρεται σαν σταθερά επαναφοράς για την ταλάντωση του σώματος Γ, δηλαδή για το σώμα Γ, μπορούμε να γράψουμε:

$$\Sigma F = -D_\Gamma \cdot y$$

Όπου $D_\Gamma = m\omega^2$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια
Διονύσης Μάργαρης