

### Άσκηση 1<sup>η</sup> στα θεμελιώδη της ΑΑΤ.

Σώμα μάζας  $m=0,1\text{kg}$  εκτελεί α.α.τ και η εξίσωση της ταχύτητάς του είναι  $v=2\text{syn}\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$  (S.I).

- i) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της φάσης της ταλάντωσης.
- ii) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης  $x=x(t)$  και να γίνει η γραφική παράστασή της.
- iii) Για τις χρονικές στιγμές που αλλάζει φορά η ταχύτητα μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = \frac{3\pi}{10}\text{s}$ , να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος.
- iv) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στις θέσεις όπου η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο  $v = \frac{v_{\max}}{2}$ .

**Λύση:**

i) Ο ρυθμός μεταβολής της φάσης είναι  $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \omega = \frac{d\varphi}{dt} = 10\text{rad/s}$ .

ii) Το πλάτος της ταλάντωσης  $A$  είναι:  $v_{\max} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} \Rightarrow A = 0,2\text{m}$ .

Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:  $x=0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$  (S.I).

Η περίοδος της α.α.τ είναι  $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}\text{s}$  (1) και η χρονική διαφορά  $\Delta t$  που οφείλεται στην αρ-

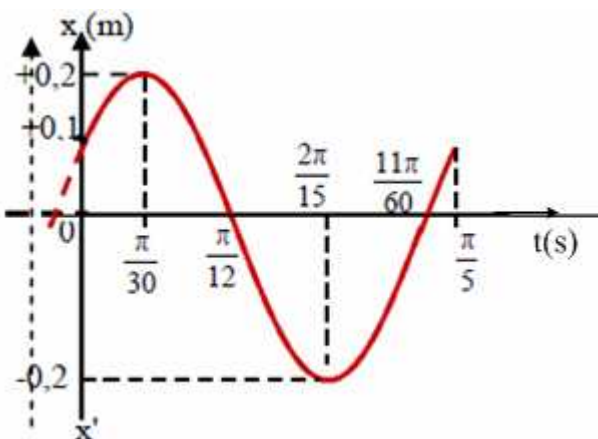
χική φάση  $\varphi_0$ , είναι:  $\Delta t = \frac{\varphi_0}{\omega} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{\pi}{6}}{10} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{60}\text{s} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \Delta t = \frac{T}{12}$ .

Άρα η γραφική παράσταση της  $x=0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$

προκύπτει με μετατόπιση του άξονα  $x$  κατά  $\Delta t = \frac{\pi}{60}\text{s}$  ή, της παράστασης  $x=0,2\eta\mu 10t$  κατά  $\Delta t = \frac{\pi}{60}\text{s}$ .

$\Delta t = \frac{T}{12}$  προς τα δεξιά. Το σώμα θα φθάνει στις θέσεις  $+A, 0, -A, 0$  κλπ σε χρονικές στιγμές που θα είναι μικρότερες από  $\frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}$  αντίστοιχα κατά

$\Delta t = \frac{T}{12}$  λόγω της αρχικής του φάσης  $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}\text{rad}$ :



iii). 1<sup>ος</sup> τρόπος

Η ταχύτητα αλλάζει φορά στις ακραίες θέσεις της τροχιάς όπου μηδενίζεται:

$$v=0 \Rightarrow 2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} 10t + \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \\ 10t + \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ με } \kappa = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t = \frac{\kappa\pi}{5} + \frac{\pi}{30} & (2) \\ t = \frac{\kappa\pi}{5} - \frac{2\pi}{30} & (3) \end{cases} \text{ με } \kappa = 0, 1, 2, \dots$$

Από την (2):  $t_1 = \frac{\pi}{30} \text{ s}$  ,  $t_3 = \frac{7\pi}{30} \text{ s} \dots$

Από την (3):  $t_2 = \frac{2\pi}{15} \text{ s}$  ,  $t_4 = \frac{10\pi}{30} \text{ s} \dots$

Μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = \frac{3\pi}{10} \text{ s}$  υπάρχουν 3 χρονικές στιγμές οι  $t_1 = \frac{\pi}{30} \text{ s}$ ,  $t_2 = \frac{2\pi}{15} \text{ s}$  και

$t_3 = \frac{7\pi}{30} \text{ s}$ , όπου  $v=0$  άρα το σώμα έχει απομάκρυνση  $x=+A = +0,2 \text{ m}$  στη ΘΕΣΗ Γ τις χρονικές στιγ-

μές  $t_1$  και  $t_3$  και  $x=-A = -0,2 \text{ m}$  στη ΘΕΣΗ Δ τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

2<sup>ος</sup> τρόπος

Από τη γραφική παράσταση της  $x=x(t)$  παρατηρούμε ότι η πρώτη φορά που αλλάζει φορά η ταχύτητα

(ΘΕΣΗ Γ) είναι στην χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{T}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{30} \text{ s}$  (4). Επειδή το σώμα διέρχεται από ακραία

θέση της τροχιάς του ανά  $\Delta t = \frac{T}{2}$ , οι επόμενες φορές θα αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές

$$t_2 = \frac{T}{6} + \kappa \frac{T}{2} \text{ με } \kappa = 1, 2, 3, \dots$$

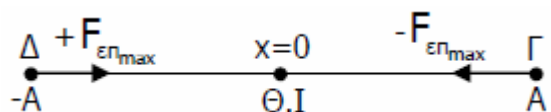
$$\text{Δηλαδή θα είναι οι } t_2 = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{2\pi}{15} \text{ s}, t_3 = \frac{T}{6} + T \Rightarrow t_3 = \frac{7\pi}{30} \text{ s}, t_4 = \frac{T}{6} + \frac{3T}{2} \Rightarrow t_4 = \frac{10\pi}{30} \text{ s}$$

κλπ. Μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = \frac{3\pi}{10} \text{ s}$  θα υπάρχουν 3

χρονικές στιγμές οι:

$$t_1 = \frac{\pi}{30} \text{ s}, t_2 = \frac{2\pi}{15} \text{ s} \text{ και } t_3 = \frac{7\pi}{30} \text{ s}.$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι:



$$\frac{dP}{dt} = \Sigma F \Rightarrow \frac{dP}{dt} = F_{\epsilon\pi} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = -Dx \Rightarrow \frac{dP}{dt} = -m\omega^2 x \quad (5)$$

Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση Γ (τις χρονικές στιγμές  $t_1 = \frac{\pi}{30}$  s και  $t_3 = \frac{7\pi}{30}$  s):

$$\frac{dP}{dt}(\Gamma) \stackrel{(5)}{=} -m\omega^2(+A) \Rightarrow \frac{dP}{dt}(\Gamma) = -2N$$

Αντίστοιχα όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση Δ (τη χρονική στιγμή  $t_2 = \frac{2\pi}{15}$  s):

$$\frac{dP}{dt}(\Delta) \stackrel{(5)}{=} -m\omega^2(-A) \Rightarrow \frac{dP}{dt}(\Delta) = +2N$$

iv) Με απαλοιφή του χρόνου  $t$  από τις εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης προκύπτει:

$$a = \pm\omega\sqrt{v_{\max}^2 - v^2} \quad \text{για } v = \frac{v_{\max}}{2} \text{ έχουμε:}$$

$$a = \pm\omega\sqrt{v_{\max}^2 - \frac{v_{\max}^2}{4}} \Rightarrow a = \pm\omega v_{\max} \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \pm 10\sqrt{3} \text{ m/s}$$

### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

**Ε. Στεργιάδης**