

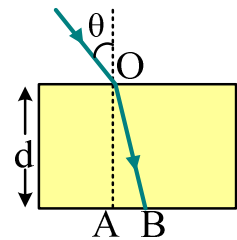
Ηλεκτρομαγνητικό κύμα και διάθλαση.

Δίνονται οι εξισώσεις για την ένταση ενός ηλεκτρικού και ενός μαγνητικού πεδίου, τα οποία μεταβάλλονται σε κάθετα επίπεδα

$$E = 120 \cdot \eta \mu 2\pi(at - 2 \cdot 10^6 x) \quad \text{και} \quad B = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \eta \mu 2\pi(at - 2 \cdot 10^6 x) \quad (\text{μονάδες στο S.I.)}$$

- i) Μπορούν οι παραπάνω εξισώσεις να περιγράφουν ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που να διαδίδεται στο κενό;
- ii) Αν πράγματι υπάρχει τέτοιο ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό, να βρεθεί ο συντελεστής α του χρόνου, στην παραπάνω εξίσωση. Σε ποια περιοχή του φάσματος ανήκει αυτό το ΗΜΚ;

- iii) Το παραπάνω κύμα προσπίπτει από τον αέρα σε πλάκα πάχους $d = \sqrt{2} \text{ cm}$, όπως στο σχήμα όπου $\theta = 30^\circ$, οπότε φτάνει στο σημείο Β, σε απόσταση $x = 0,5 \text{ cm}$ από το σημείο Α.



- a) Να βρεθεί ο δείκτης διάθλασης του υλικού της πλάκας για το παραπάνω κύμα.
- b) Αν η φάση του διαθλώμενου κύματος είναι της μορφής $\varphi = \omega t - kx'$, να προσδιορίσετε τις τιμές των ω και k .

$$\text{Δίνεται } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Απάντηση:

- i) Για να περιγράψει αυτό το σύστημα εξισώσεων ΗΜΚ θα πρέπει να ισχύουν ταυτόχρονα δυο πράγματα.

Πρώτον η σχέση $\frac{E}{B} = c$ και δεύτερον $c = \lambda \cdot f$.

Αντικαθιστώντας στην πρώτη έχουμε:

$$\frac{E}{B} = \frac{120}{4 \cdot 10^{-7}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Η πρώτη συνθήκη βλέπουμε ότι ισχύει. Για την δεύτερη όμως δεν γνωρίζουμε τη συχνότητα, συνεπώς δεν μπορούμε να απαντήσουμε. Μπορεί και να είναι, μπορεί και όχι.

- ii) Αφού το κύμα είναι πλέον!!! ΗΜΚ, ισχύει η δεύτερη προϋπόθεση που θέσαμε, αλλά η γενική εξίσωση του ΗΜΚ είναι:

$$E = E_0 \cdot \eta \mu 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right)$$

συνεπώς:

$$1/\lambda = 2 \cdot 10^6 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2 \cdot 10^6} \text{ m} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 500 \text{ nm}$$

$$\text{και } f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} \text{ Hz} = 0,6 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις αντιστοιχούν στην ορατή περιοχή του ΗΜ φάσματος, πρόκειται δηλαδή για μια

μονοχρωματική ορατή ακτινοβολία.

iii) Έστω ϕ η γωνία διάθλασης, όπως στο σχήμα.

a) Εφαρμόζοντας Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ABO παίρνουμε:

$$(OB) = \sqrt{d^2 + x^2} = \sqrt{2 + 0,25} \text{ cm} = \sqrt{2,25} \text{ m} = 1,5 \text{ cm}$$

$$\text{συνεπώς } \eta\mu\phi = \frac{(AB)}{(OB)} = \frac{1/2}{3/2} = \frac{1}{3}$$

Έτσι παίρνουμε:

$$n = \frac{\eta\mu\theta}{\eta\mu\phi} = \frac{1/2}{1/3} = 1,5$$

b) Η συχνότητα κατά τη διάθλαση παραμένει σταθερή, αλλά το μήκος κύματος αλλάζει και το νέο μήκος κύματος είναι:

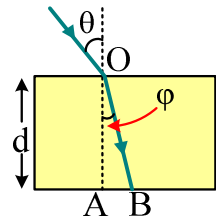
$$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{500 \text{ nm}}{1,5} = \frac{1000}{3} \text{ nm}$$

Συνεπώς η φάση του διαθλώμενου κύματος θα δίνεται από την εξίσωση:

$$\phi = 2\pi(6 \cdot 10^{14} t - 3 \cdot 10^6 x')$$

Από τη σύγκριση με την εξίσωση που μας δόθηκε, προκύπτουν:

$$\omega = 12\pi \cdot 10^{14} \text{ rad/s} \quad \text{και} \quad k = 6\pi \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$$



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης