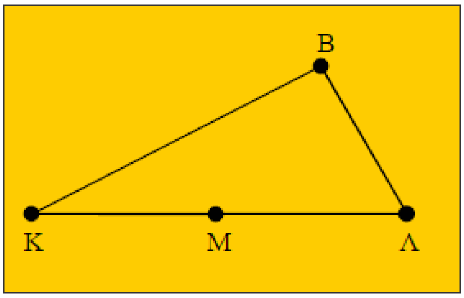
Όταν συναντιόνται δυο όρη ...

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Κ και Λ, παράγουν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα τα οποία διαδίδονται χωρίς απώλεια ενέργειας.



Τα κύματα έχουν πλάτος Α = 4 cm και μήκος κύματος λ = 2 cm. Δύο όρη, ξεκινούν ταυτόχρονα από τις πηγές Κ και Λ με ταχύτητα υ = 4 cm/s. Τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το όρος από την πηγή Λ φτάνει στο σημείο Β της επιφάνειας του υγρού, το όρος από την πηγή Κ έχει διανύσει τα ¾ της απόστασης ΚΒ.

Αν (ΛΒ) = 6 cm και γωνία Β = 90^o να βρείτε:

i) Αν στο σημείο Β θα προκύψει ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή.

ii) Ποια χρονική στιγμή t_2 μετά την t_1, δυο όρη θα συναντηθούν για πρώτη φορά στο σημείο Β.

iii) Το πλήθος των υπερβολών ενισχυτικής και αποσβεστικής συμβολής που υπάρχουν ανάμεσα στα σημεία Β και Λ.

iv) Αν μετά τη συμβολή των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού, κάποια χρονική στιγμή, η απομάκρυνση στο μέσον Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ, είναι y_M = +Α, ποια θα είναι η απομάκρυνση και η ταχύτητα την ίδια χρονική στιγμή στο Β.

Απάντηση

i) Τα όρη ξεκινούν ταυτόχρονα από τις δυο πηγές και κινούνται με ταχύτητες ίδιου μέτρου υ.

$$\text{Άρα} \quad t_1 = \frac{(\Lambda B)}{\upsilon} = \frac{3(KB)/4}{\upsilon} \quad \text{ή} \quad (KB) = \frac{4}{3}(\Lambda B) \quad \text{άρα } (KB) = 8\text{ cm } (1).$$

Οπότε (ΚΒ) – (ΛΒ) = 8cm – 6cm =2cm ή (ΚΒ) – (ΛΒ) = λ.

Κατά συνέπεια στο Β προκύπτει ενισχυτική συμβολή, επειδή (ΚΒ) – (ΛΒ) =Ν λ/2 με Ν = +2.

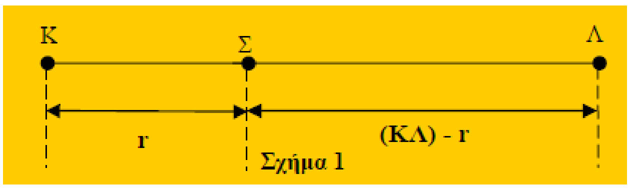
ii) Αφού στο Β προκύπτει ενισχυτική συμβολή, όταν ένα όρος από την πηγή Κ φτάνει στο Β συναντιέται πάντα με ένα όρος που προέρχεται από την πηγή Λ. Το όρος που ξεκίνησε από την πηγή Κ, έχει καλύψει τα ¾ της απόστασης ΚΒ τη χρονική στιγμή t_1, και θα συναντηθεί με ένα όρος που έρχεται από την πηγή Λ αφού διανύσει απόσταση Δχ = ¼ (ΚΒ) και με βάση την (1) Δχ = 2cm ή Δχ = λ.

Άρα η ζητούμενη χρονική στιγμή είναι $t_2 = t_1 + T$ (2).

$$\text{Όμως} \quad t_1 = \frac{(\Lambda B)}{\upsilon} = 1{,}5\text{ s } (3)\text{ , και} \quad T = \frac{\lambda}{\upsilon} = 0{,}5\text{ s } (4)$$

Από τη (2) με βάση τις (3) και (4) έχουμε ότι t_2 = 2 s.

iii) Έστω τυχαίο σημείο Σ πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ στο οποίο παρατηρείται ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή και r η απόστασή του από την πηγή Κ όπως φαίνεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

Θα έχουμε r - [(ΚΛ) – r] =Νλ/2 όπου $N = 0, \pm1, \pm, 2, \pm3, \pm4, \ldots\ldots$.

Άρα 2r – (ΚΛ) = Nλ/2 ή $r = \frac{(K\Lambda)}{2} + N\frac{\lambda}{4}$ (5).

Όμως από το ορθογώνιο τρίγωνο ΚΒΛ προκύπτει ότι $(K\Lambda) = \sqrt{(KB)^2 + (\Lambda B)^2}$ = 10cm (6)

Έτσι η (5) με βάση την (6) για λ = 2 cm γράφεται :

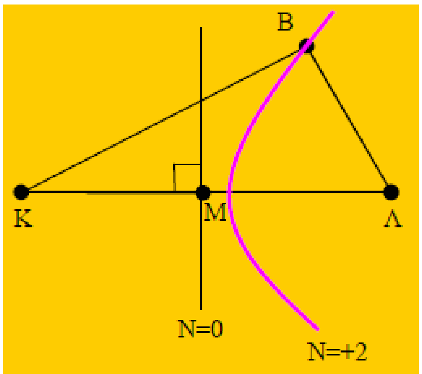
$$r = \left(5 + \frac{N}{2}\right) cm ,$$

Πρέπει όμως να είναι : 0 < r < (ΚΛ)

$$ή\ \ 0 < 5 + \frac{N}{2} < 10$$

ή -10 < N < +10 άρα

$$N = 0, \pm 1, \pm, 2, \pm 3, \pm 4, ... \pm 9$$



Σχήμα 2

Από το 1^o ερώτημα έχουμε ότι (ΚΒ) – (ΛΒ) =+2λ/2 , άρα το Β ανήκει στην πρώτη υπερβολή ενισχυτικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο του ΚΛ προς τη μεριά του Λ με Ν = +2 , όπως φαίνεται στο σχήμα 2.

Άρα ανάμεσα στα σημεία Λ, Β υπάρχουν οι υπερβολές για τις τιμές του Ν που επαληθεύουν την ανισότητα $2 < N \le 9$

δηλαδή Ν = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Κατά συνέπεια 7 υπερβολές.

iv) Η απομάκρυνση στο σημείο Β μετά τη συμβολή των κυμάτων είναι

$$y_B = 2A\sigma\upsilon\nu\left[2\pi\frac{(KB)-(\Lambda B)}{2\lambda}\right]\cdot \eta\mu 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{(KB)+(\Lambda B)}{2\lambda}\right] \ ή$$

$$y_B = -8\eta\mu 2\pi\left(2t - \frac{7}{2}\right) \ ή \ y_B = 8\eta\mu\left[2\pi\left(2t-\frac{7}{2}\right)+\pi\right] \ ή$$

$$y_B = 8\eta\mu 2\pi(2t-3) \ \ cm, s \ \ (7)$$

και η απομάκρυνση στο μέσον Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ μετά τη συμβολή των κυμάτων είναι

$$y_B = 2A\sigma\upsilon\nu\left[2\pi\frac{(KM)-(\Lambda M)}{2\lambda}\right]\cdot \eta\mu 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{(KM)+(\Lambda M)}{2\lambda}\right] \ ή$$

$$y_M = 8\eta\mu 2\pi\left(2t - \frac{5}{2}\right) \ \ cm, s \ \ (8)$$

Από τις (7) και (8) έχουμε για τις φάσεις στα σημεία Β και Μ :

$$\varphi_B = 4\pi t - 6\pi \ \ SI, \quad και \ \varphi_M = 4\pi t - 5\pi \ \ SI ,$$

$$Άρα \ \varphi_M = \varphi_B + \pi \ , \ οπότε$$

$$y_M = 8\eta\mu\varphi_M = 8\eta\mu(\varphi_B+\pi) = -8\eta\mu\varphi_B = -y_B \ ή$$

$$y_B = -y_M = -(+A) = -4cm \ \ (9)$$

Με βάση τώρα την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση στο σημείο Β έχουμε ότι:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_B^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 y_B^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(2A)^2 \ \ ή \ \ \upsilon_B = \pm\omega\sqrt{(2A)^2 - y_B^2}$$

και με βάση την (9) $\upsilon_B = \pm\omega\sqrt{(2A)^2 - A^2}$ ή $\upsilon_B = \pm\dfrac{2\pi}{T}A\sqrt{3}$ (10)

Από την (10) με βάση την (4) και τα δεδομένα έχουμε

$$\upsilon_B = \pm 16\pi\sqrt{3}\ \ cm/s$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης