

Τρέχον- στάσιμο κύμα και διαφορές φάσης

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα με εξίσωση:

$$y_1 = 0,1 \eta\mu(\pi t - \pi x). \quad (1)$$

i) Ποια η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων Β και Γ τα οποία βρίσκονται στις θέσεις $x_1 = 0,75\text{m}$ και $x_2 = 1\text{m}$.

ii) Να σχεδιάσετε στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές $t_1 = 3,5\text{s}$ και $t_2 = 4\text{s}$.

Το παραπάνω κύμα συμβάλλει με ένα δεύτερο κύμα που κινείται αντίθετα με εξίσωση:

$$y_2 = 0,1 \eta\mu(\pi t + \pi x) \quad (2)$$

iii) Ποια η εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται;

iv) Βρείτε τη διαφορά φάσεως μεταξύ των σημείων Β και Γ και σχεδιάστε στιγμιότυπα του στάσιμου τις χρονικές στιγμές $t_1 = 3,5\text{s}$ και $t_2 = 4\text{s}$, δεχόμενοι ότι για $t=0$ έχει δημιουργηθεί το στάσιμο σε μια περιοχή μήκους $3,5\text{m}$.

Απάντηση:

i) Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Β και Γ είναι:

$$\Delta\phi = \phi_B - \phi_\Gamma = \pi t - \pi x_1 - \pi t + \pi x_2 = \pi(x_2 - x_1) = 0,25\pi = \frac{\pi}{4} \text{ rad.}$$

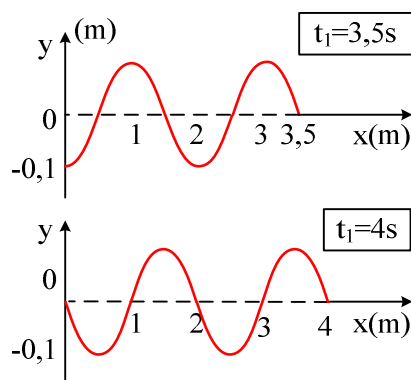
ii) Από την εξίσωση (1) έχουμε $\omega = \pi \rightarrow T = 2\text{s}$ και $2\pi x / \lambda = \pi x \rightarrow \lambda = 2\text{m} \rightarrow v = \lambda f = 1\text{m/s}$.

$$\text{Από την εξίσωση (1) για } t_1 = 3,5\text{s} \text{ παίρνουμε } y = 0,1 \eta\mu(3,5\pi - \pi x) = 0,1 \eta\mu\left(2\pi + \frac{3\pi}{2} - \pi x\right) \rightarrow$$

$$y = -0,1 \sigma\upsilon\nu(\pi x)$$

ενώ το κύμα έχει διαδοθεί κατά $x = vt = 1 \cdot 3,5 = 3,5\text{m}$.

Ενώ από την ίδια εξίσωση για $t_2 = 4\text{s}$ παίρνουμε $y = 0,1 \eta\mu(4\pi - \pi x) = -0,1 \eta\mu\pi x$ και το κύμα έχει διαδοθεί κατά $x = vt = 4\text{m/s}$. Τα δύο στιγμιότυπα του τρέχοντος κύματος παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα.



iii) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος προκύπτει με εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας:

$$y = y_1 + y_2 = 0,1 \eta\mu(\pi t - \pi x) + 0,1 \eta\mu(\pi t + \pi x) = 2 \cdot 0,1 \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi t - \pi x - \pi t - \pi x}{2}\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi t - \pi x + \pi t + \pi x}{2}\right) \rightarrow$$

$$y = 0,2 \sigma\upsilon\nu(-\pi x) \eta\mu(\pi t) = 0,2 \sigma\upsilon\nu(\pi x) \cdot \eta\mu(\pi t) \quad (3)$$

iv) Για το σημείο Β, παίρνουμε την εξίσωση (3) και αντικαθιστώντας $x = 0,75\text{m}$ παίρνουμε:

$$y_B = 0,2 \sin \frac{3\pi}{4} \cdot \eta\mu(\pi t) = -0,1 \sqrt{2} \eta\mu(\pi t) = 0,1 \sqrt{2} \eta\mu(\pi t + \pi).$$

Ενώ για το σημείο Γ, για $x=1\text{m}$ έχουμε

$$y = 0,2 \sin \pi \cdot \eta\mu(\pi t) = -0,2 \eta\mu(\pi t) = 0,2 \eta\mu(\pi t + \pi).$$

Άρα η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Β και Γ είναι $\Delta\phi = \pi t + \pi - \pi t - \pi = 0$.

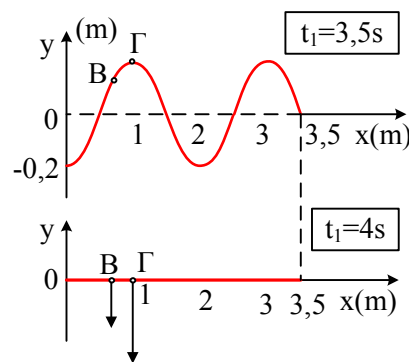
Για να σχεδιάσουμε τα στιγμιότυπα, θέτουμε στην εξίσωση (3) $t=3,5\text{s}$ και έχουμε:

$$y = 0,2 \sin(\pi x) \cdot \eta\mu 3,5\pi = -0,2 \sin(\pi x),$$

ενώ για $t=4\text{s}$

$$y = 0,2 \sin(\pi x) \cdot \eta\mu 4\pi = 0.$$

Έτσι τα δύο στιγμιότυπα φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Παρατηρήσεις:

- A) Προσέξτε στο παραπάνω σχήμα τη θέση των σημείων Β και Γ. Βρίσκονται μεταξύ δύο δεσμών του στάσιμου κύματος και δεν παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορά φάσης. (Αυτό σημαίνει ότι ταυτόχρονα περνούν από τη θέση ισορροπίας κινούμενα προς την ίδια κατεύθυνση και ταυτόχρονα φτάνουν στην ακραία θέση της τροχιάς τους).
- B) Τα σημεία Β και Γ στο παραπάνω στιγμιότυπο για $t=4\text{s}$ περνούν από τη θέση ισορροπίας και στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητές τους.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης