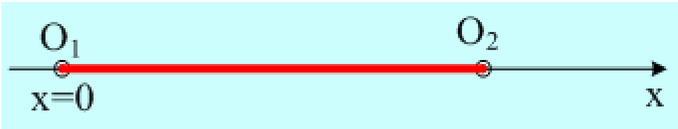
Κύματα σε γραμμικό ελαστικό μέσο.

Δύο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 παράγουν αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα υ=2m/s κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου με άκρα τα σημείο O_1 και O_2 όπου (O_1O_2)=4m.



Η εξίσωση ταλάντωσης των πηγών είναι:

$$y = 5\,\eta\mu 2\pi t \;(y \rightarrow cm,\ t \rightarrow s)$$

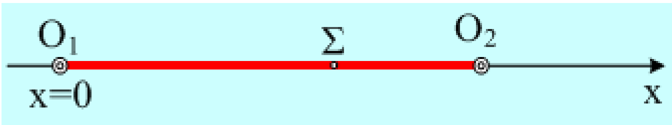
i) Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγονται θεωρώντας x=0 τη θέση της πηγής O_1.

ii) Να σχεδιάστε στιγμιότυπα που να δείχνει την απομάκρυνση των διαφόρων σημείων του μέσου, σε συνάρτηση με την θέση τους x, τις χρονικές στιγμές:

α) t_1= 0,75s. β) t_2= 1,25s και

Απάντηση:

i) Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε υ=λ·f και αφού f=1Hz, βρίσκουμε ότι λ=2m.



Έτσι για το κύμα που ξεκινά από τη πηγή O_1 έχουμε:

$$y_1 = 5\cdot\eta\mu 2\pi\left(t-\frac{x}{2}\right) \quad \text{(το y σε cm, x σε m, t σε s)} \quad (1)$$

Για το κύμα από τη πηγή O_2 έχουμε ότι για να φτάσει σε ένα τυχαίο σημείο Σ, στη θέση x, απαιτείται χρονικό διάστημα $t_1=\frac{d}{\upsilon}=\frac{4-x}{2}s$, οπότε η εξίσωση ταλάντωσης του τυχαίου σημείου θα είναι:

$$y_2 = 5\cdot\eta\mu 2\pi(t-t_1) = 5\cdot\eta\mu 2\pi\left(t-\frac{4-x}{2}\right) \text{ ή}$$

$$y_2 = 5\cdot\eta\mu 2\pi\left(t+\frac{x}{2}-2\right) \quad \text{(το y σε cm, x σε m, t σε s)} \quad (2)$$

ii) α) Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 τα δύο κύματα έχουν διαδοθεί κατά $d=\upsilon t_1$=1,5m, συνεπώς το πρώτο κύμα έχει φτάσει μέχρι τη θέση x=1,5m, ενώ το δεύτερο μέχρι τη θέση x=4m-1,5m=2,5m.

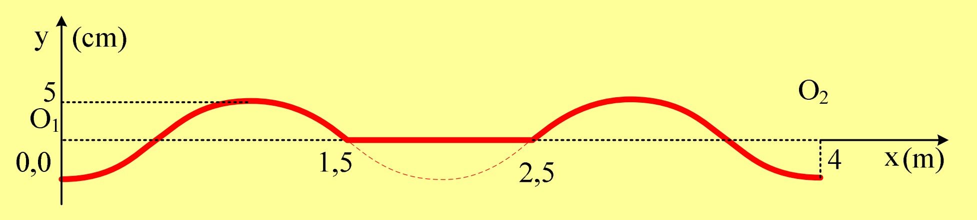
Θέτοντας στην (1) t_1=0,75s παίρνουμε:

$$y_1 = 5\cdot\eta\mu 2\pi\left(t-\frac{x}{2}\right) = 5\cdot\eta\mu(1{,}5\pi-\pi x) = -5\cdot\sigma\upsilon\nu\pi x \quad \text{για } x\le 1{,}5m$$

Ενώ με αντικατάσταση στην (2) έχουμε:

$$y_2 = 5\cdot\eta\mu 2\pi\left(t+\frac{x}{2}-2\right) = 5\cdot\eta\mu(1{,}5\pi-\pi x-4\pi) = -5\cdot\sigma\upsilon\nu\pi x \quad \text{για } 2{,}5 \le x \le 4m$$

Έτσι η εικόνα του μέσου είναι αυτή του σχήματος.



β) Μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 τα δύο κύματα έχουν διαδοθεί κατά $d=υt_2=2{,}5m$, συνεπώς το πρώτο κύμα έχει φτάσει μέχρι τη θέση x=2,5m, ενώ το δεύτερο μέχρι τη θέση x=4m-2,5m=1,5m.

Συνεπώς στην περιοχή $1{,}5m \le x \le 2{,}5m$ τα δύο κύματα συμβάλουν και από την αρχή της επαλληλίας παίρνουμε:

$$y=y_1+y_2= 10\cdot συν2π\frac{t-\frac{x}{2}-t-\frac{x}{2}+2}{2}\,ημ2π\frac{t-\frac{x}{2}+t+\frac{x}{2}-2}{2} \text{ ή}$$

$$y= 10\cdot συν2π(1-x/2)\cdot ημ2π(t-1) \text{ ή}$$

$$y= 10\cdot συν2π(1-x/2)\cdot ημ2π(t-1)$$

και για $t_2=1{,}25s$ παίρνουμε:

$$y= 10\cdot συν2π(1-x/2)\cdot ημ2π(1{,}25-1) \text{ ή}$$

$$y=10\cdot συν(2π-πx)\cdot ημπ/2= 10\cdot συνπx. \quad 1{,}5 \le x \le 2{,}5 \text{ m}$$

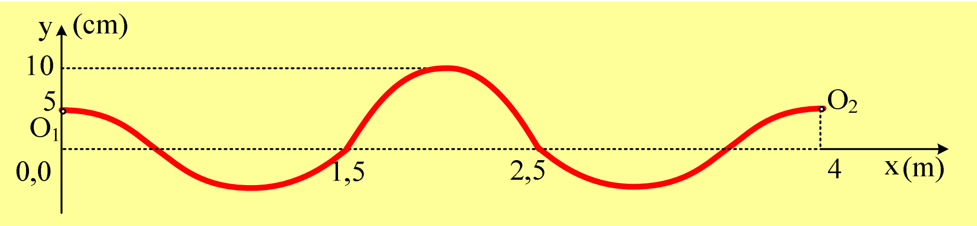
Εξάλλου για την περιοχή $0 \le x \le 1{,}5m$ υπάρχει μόνο το πρώτο κύμα και από την εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$y_1= 5\cdot ημ2π(t-\frac{x}{2}) =5\cdot ημ(2{,}5π-πx)=5\cdot συνπx \qquad 0 \le x \le 1{,}5m$$

Ενώ στη περιοχή $2{,}5m \le x \le 4m$ έχει διαδοθεί το δεύτερο κύμα, οπότε:

$$y_2=5\cdot ημ2π(t+\frac{x}{2}-2) =5\cdot ημ(2{,}5π-πx-4π)=5\cdot συνπx \qquad 2{,}5m \le x \le 4m$$

Με βάση τα παραπάνω η μορφή του μέσου η παρακάτω:



Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης