

### Στάσιμο κύμα. Δεσμοί και κοιλίες.

Ένα κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου, προς τα δεξιά (θετική φορά) με εξίσωση:

$$y=0,2 \eta\mu 2\pi(5t-10x) \quad (S.I)$$

- i) Να γράψετε την εξίσωση ενός άλλου κύματος το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του ελαστικού μέσου και συμβάλλοντας με το πρώτο δημιουργεί στάσιμο, με κοιλία στη θέση  $x=0$ . Ποια η εξίσωση του προκύπτοντος στάσιμου, θεωρώντας ως  $t=0$  τη στιγμή που τα κύματα συμβάλλουν στο  $O$  ( $x=0$ ).
- ii) Να εξετάσετε αν τα σημεία  $K$ , με  $x_K=0,125m$  και  $H$  με  $x_H=0,35m$  είναι δεσμοί ή κοιλίες του στάσιμου.
- iii) Να βρείτε πόσες κοιλίες και πόσοι δεσμοί του στάσιμου βρίσκονται μεταξύ των σημείων  $K$ ,  $H$ .
- iv) Δύο σημεία  $Z$ ,  $M$  του μέσου βρίσκονται στις θέσεις  $x_Z=0,21m$  και  $x_M=0,33m$ . Να βρείτε πόσοι δεσμοί του στάσιμου βρίσκονται μεταξύ των σημείων  $Z$ ,  $M$  και στη συνέχεια να υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του σημείου  $M$ , τη χρονική στιγμή που το  $Z$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

#### Απάντηση:

- i) Για να σχηματισθεί στάσιμο πρέπει να συμβάλλουν δύο κύματα, με ίδιο πλάτος, ίδια συχνότητα, τα οποία διαδίδονται στην ίδια διεύθυνση, κατά αντίθετη φορά. Η εξίσωση του κύματος που συμβάλλοντας με το πρώτο δημιουργεί στάσιμο είναι:

$$y_2 = 0,2 \eta\mu 2\pi(5t + 10x) \quad (S.I) .$$

Η εξίσωση του στάσιμου είναι:

$$y = 0,4 \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi\chi}{0,1} \eta\mu(10\pi t) = 0,4 \sigma\upsilon\nu(20\pi\chi) \eta\mu(10\pi t) (S.I)$$

- ii) Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων του μέσου μετά το σχηματισμό του στάσιμου δίνεται από τη σχέση:

$$A' = 0,4 |\sigma\upsilon\nu 20\pi\chi| \quad (S.I)$$

Για τα σημεία  $K$ ,  $H$  έχουμε:

$$A'_K = 0,4 |\sigma\upsilon\nu 20\pi \cdot 0,125| = 0,4 |\sigma\upsilon\nu 2,5\pi| = 0,4 \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{2} = 0$$

$$A'_H = 0,4 |\sigma\upsilon\nu 20\pi \cdot 0,35| = 0,4 |\sigma\upsilon\nu 7\pi| = 0,4m$$

Συνεπώς το  $K$  είναι δεσμός και το  $H$  κοιλία του στάσιμου.

- iii) Οι κοιλίες του στάσιμου βρίσκονται στις θέσεις:  $x = \kappa \frac{\lambda}{2} = 0,05\kappa$ ,  $\kappa \in Z$

Άρα:

$$x_K < x < x_H \Rightarrow 0,125 < x < 0,35 \Rightarrow 0,125 < 0,05\kappa < 0,35 \Rightarrow 2,5 < \kappa < 7 \Rightarrow \kappa = 3, 4, 5, 6$$

Συνεπώς υπάρχουν 4 κοιλίες στις θέσεις:  $0,15m, 0,2m, 0,25m, 0,3m$

Οι δεσμοί του στάσιμου βρίσκονται στις θέσεις:

$$x_{\delta} = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{4} = (2\kappa + 1) \cdot 0,025, \kappa \in Z$$

Άρα:

$$x_{\kappa} < x_{\delta} < x_H \Rightarrow 0,125 < 0,05\kappa + 0,025 < 0,35 \Rightarrow$$

$$0,1 < 0,05\kappa < 0,325 \Rightarrow 2 < \kappa < 6,5 \Rightarrow \kappa = 3, 4, 5, 6$$

Συνεπώς υπάρχουν 4 δεσμοί στις θέσεις:  $0,175m, 0,225m, 0,275m, 0,325m$

iv) Όπως και πριν έχουμε:

$$x_Z < x_{\delta} < x_M \Rightarrow 0,21 < 0,05\kappa + 0,025 < 0,33 \Rightarrow$$

$$0,185 < 0,05\kappa < 0,305 \Rightarrow 3,7 < \kappa < 6,1 \Rightarrow \kappa = 4, 5, 6$$

Επειδή υπάρχουν 3 δεσμοί μεταξύ των Z, M τα σημεία αυτά έχουν διαφορά φάσης  $\Delta\varphi = \pi$ , δηλαδή ταλαντώνονται σε αντίθεση φάσης. Όταν λοιπόν το Z διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα, το M διέρχεται επίσης από τη δική του θέση ισορροπίας με αρνητική ταχύτητα:

$$v_{M_{\max}} = -\omega |A'_M| = -10\pi \cdot 0,4 \cdot |\sin 20\pi \cdot 0,33| \rightarrow$$

$$v_{M_{\max}} = -4\pi |\sin 6,6\pi| = -4\pi \left| \sin \frac{3\pi}{5} \right| = -1,24\pi \frac{m}{s}$$

### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

**Θοδωρής Παπασογυρίδης**