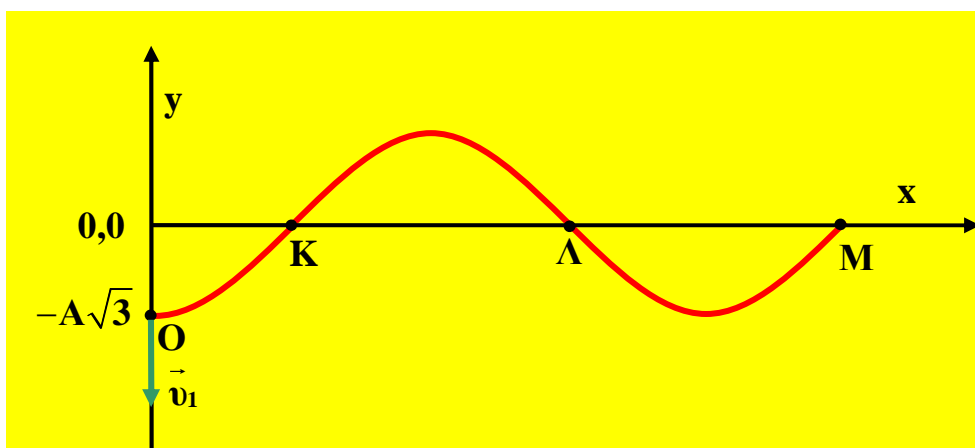


### Με αφορμή ένα στιγμιότυπο στάσιμου κύματος

Σε μια χορδή μεγάλου μήκους, έχει διαμορφωθεί στάσιμο κύμα της μορφής:

$$y = 2A\sigma\upsilon\upsilon\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cdot \eta\mu(\omega t), \text{ όπου } A = 0,2 \text{ m και } \omega = 20\pi \text{ rad/s.}$$

Στο σχήμα, δίνεται ένα τμήμα του στιγμιότυπου του στάσιμου κύματος αυτού κάποια χρονική στιγμή  $t_1$ , στην περιοχή από  $x = 0$  μέχρι το σημείο  $M$  στη θέση  $x_M = 0,5 \text{ m}$ . Στα σημεία  $K$ ,  $\Lambda$ ,  $M$  είναι δεσμοί, ενώ το υλικό σημείο  $O$  στη θέση  $x = 0$ , κινείται κατά την αρνητική φορά.



Να υπολογίσετε:

- i) Το μήκος κύματος  $\lambda$ .
- ii) Την ταχύτητα στη θέση  $x = 0$  την χρονική στιγμή  $t_1$ .
- iii) Σε πόσο χρόνο, τα υλικά σημεία της χορδής που ταλαντώνονται, θα σταματήσουν να κινούνται για πρώτη φορά μετά την χρονική στιγμή  $t_1$ .
- iv) Τα μέτρα των ταχυτήτων στα σημεία που βρίσκονται στις θέσεις  $x = x_k = \left(\frac{12k+1}{3}\right) \cdot \frac{\lambda}{4}$ , την χρονική στιγμή  $t_1$ , όπου  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

#### Απάντηση

- i) Από το σχήμα προκύπτει ότι  $x_M = \lambda + \lambda/4 = 5\lambda/4$  ή  $0,5 \text{ m} = 5\lambda/4$  άρα  $\lambda = 0,4 \text{ m}$  (1)
- ii) Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος για  $x = 0$  προκύπτει ότι :

$$y = 2A\sigma\upsilon\upsilon\left(\frac{2\pi \cdot 0}{\lambda}\right) \eta\mu(\omega t) \text{ ή } y = 2A\eta\mu(\omega t) \text{ (2) άρα στη θέση } x = 0 \text{ το πλάτος της ταλάντωσης είναι}$$

$$A' = 2A \text{ και η στιγμιαία ταχύτητα } v = 2A\omega\sigma\upsilon\upsilon(\omega t) \text{ (3) .}$$

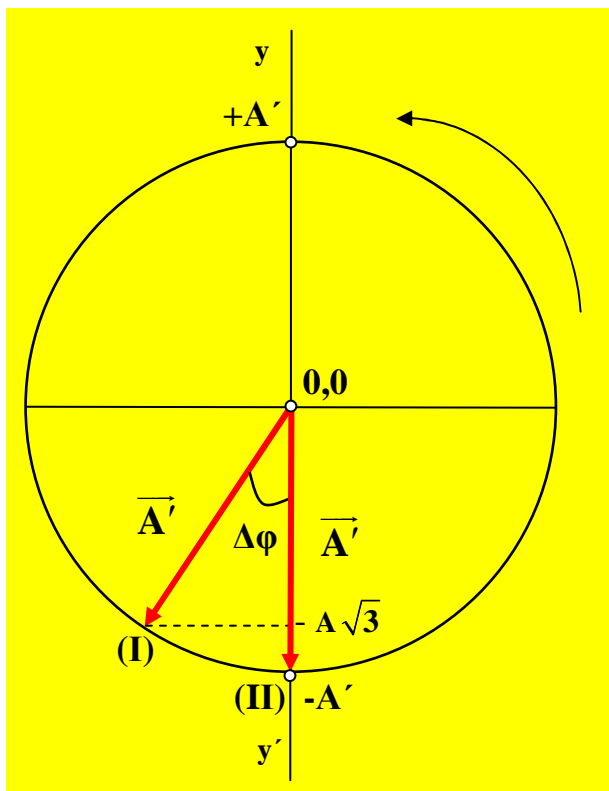
Από την (2) για  $y = -A\sqrt{3}$  έχουμε ότι

$$\eta\mu\omega t_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (4) .}$$

$$\text{Αλλά } \eta\mu^2(\omega t_1) + \sigma\upsilon\nu^2(\omega t_1) = 1 \text{ ή } \sigma\upsilon\nu^2(\omega t_1) = 1 - \eta\mu^2(\omega t_1) = 1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \text{ άρα } \sigma\upsilon\nu(\omega t_1) = \pm \frac{1}{2} \quad (5).$$

Από την (3) με βάση τη (5) και το γεγονός ότι, μας δίνεται ότι η ταχύτητα  $\vec{v}_1$  έχει την αρνητική φορά, προκύπτει  $v_1 = -\omega A$  ή  $\mathbf{v}_1 = -4\pi \text{ m/s}$ .

iii) Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , το στρεφόμενο διάνυσμα  $\vec{A}'$  που αντιστοιχεί στην ταλάντωση του υλικού σημείου O που είναι στο σημείο  $x = 0$ , θα βρίσκεται στη θέση (I) του κύκλου αναφοράς της ταλάντωσης αυτής όπως στο σχήμα.



Όλα τα σημεία του στάσιμου κύματος ηρεμούν στιγμιαία ταυτόχρονα.

Έτσι, όταν θα σταματήσει να κινείται για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή  $t_1$  το υλικό σημείο O, όλα τα σημεία θα ηρεμούν.

Όμως, το υλικό σημείο O θα ηρεμεί στιγμιαία για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή  $t_1$  τη χρονική στιγμή  $t_1 + \Delta t$ , όταν το διάνυσμα  $\vec{A}'$ , θα βρίσκεται για πρώτη φορά πάνω στο άξονα  $y'$  - θέση (II) στο σχήμα -, έχοντας διαγράψει τη γωνία  $\Delta\phi$  με  $\omega \cdot \Delta t = \Delta\phi$ .

$$\text{Αλλά } \sigma\upsilon\nu\Delta\phi = \frac{A\sqrt{3}}{2A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ή } \Delta\phi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\text{άρα } \omega \cdot \Delta t = \frac{\pi}{6} \text{ και}$$

$$\Delta t = 1/120 \text{ s}$$

iv) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι  $y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\eta\mu(\omega t)$  από την οποία για

$$x = x_k = \left(\frac{12k+1}{3}\right) \cdot \frac{\lambda}{4} \text{ προκύπτει ότι}$$

$$y_k = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left(\frac{12k+1}{3}\right) \frac{\lambda}{4}\right)\eta\mu(\omega t) \text{ ή}$$

$$y_k = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2k\pi + \frac{\pi}{6}\right)\eta\mu(\omega t) \text{ ή}$$

$$y_k = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{6}\right)\eta\mu(\omega t) \text{ ή}$$

$y_k = A\sqrt{3} \cdot \eta\mu(\omega t)$ , οπότε οι στιγμιαίες ταχύτητες στα σημεία αυτά θα είναι

$$v_k = A\omega\sqrt{3} \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t)$$

και για  $t = t_1$  έχουμε  $v_k = A\omega\sqrt{3} \cdot \text{συν}(\omega t_1)$  .

Από τη σχέση αυτή με βάση την (5) προκύπτει

$$v_k = \pm \frac{A\omega\sqrt{3}}{2} \quad \text{άρα} \quad |\vec{v}_k| = \frac{A\omega\sqrt{3}}{2} \quad \text{ή}$$

$$|\vec{v}_k| = 2\pi\sqrt{3} \text{ m/s}$$

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

**Μανώλης Δρακάκης**