Ταλαντώσεις σε δυο σημεία εγκάρσιου κύματος και στιγμιότυπα

Έστω δυο σημεία Γ , Δ κατά μήκος μιας ευθείας (ε) στην οποία πρόκειται να διαδοθεί εγκάρσιο αρμονικό κύμα της μορφής $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\chi}{\lambda}\right)$.

Η απόσταση ΓΔ είναι d = 5λ/2, και το κύμα θα διαδοθεί από το Γ προς το Δ.

Κάποια χρονική στιγμή t_1 μετά τη διάδοση του κύματος, το σημείο Δ είναι στη θέση $y_\Delta = -A$.

i) Να σχεδιάσετε τμήμα του στιγμιότυπου του κύματος από το Γ μέχρι το Δ τη χρονική στιγμή t_1 και να τοποθετήσετε πάνω του τα σημεία Γ και Δ.

ii) Το κοντινότερο στο Γ σημείο Ζ προς τη μεριά του Δ, στο οποίο η δυναμική ενέργεια λόγω ταλάντωσης είναι μέγιστη τη χρονική στιγμή t_1, ταλαντώνεται μετά τη διάδοση του κύματος, με εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου $y_Z = 0,2\eta\mu\left(2\pi t - \frac{3\pi}{2}\right)$ SI.

Να βρείτε τις εξισώσεις απομάκρυνσης – χρόνου για τα σημεία Γ και Δ.

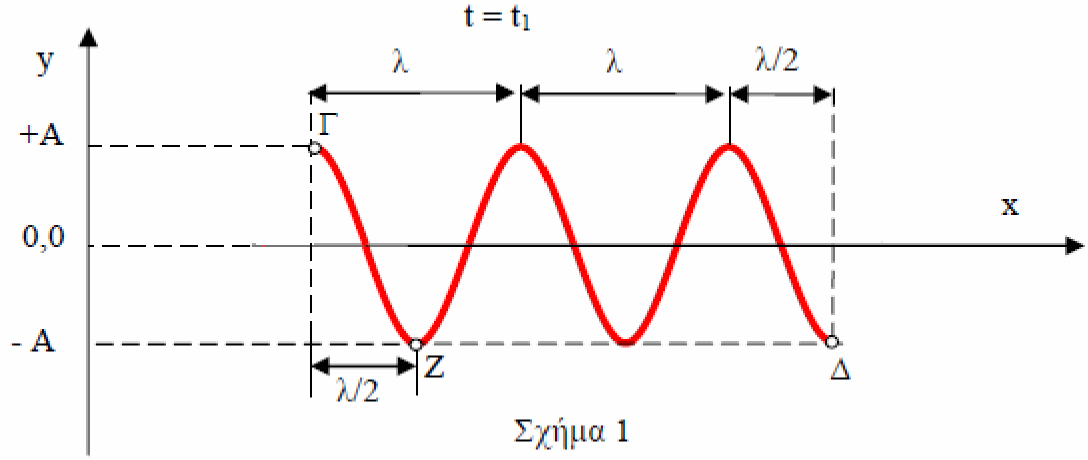
iii) Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο διαδίδεται το κύμα από το Γ στο Δ.

iv) Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t$, το σημείο Δ περνά από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά μετά την χρονική στιγμή t_1, και έχει θετική ταχύτητα.

Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος στην περιοχή από χ = 0 μέχρι $\chi = \chi_\Delta$ κατά τη χρονική στιγμή t_2.

Απάντηση

i) Επειδή η απόσταση ΓΔ είναι d= 5λ/2 = 2λ+λ/2 και το σημείο Δ τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται σε α-κραία θέση y = -A , το στιγμιότυπο του κύματος ανάμεσα στα σημεία Γ, Δ φαίνεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

ii) Αφού στο Ζ η δυναμική ενέργεια λόγω ταλάντωσης είναι μέγιστη τη χρονική στιγμή t_1 , το σημείο Ζ θα βρίσκεται σε απομάκρυνση $y = +A$ ή σε $y = -A$. Στο σχήμα 1 παρατηρούμε ότι, το κοντινότερο σημείο στο Γ πάνω στην ευθεία (ε) που εκπληρώνει τα παραπάνω, απέχει απ' αυτό κατά μήκος της ευθείας (ε) απόσταση $d_1 = \lambda/2$ και βρίσκεται σε απομάκρυνση $y = -A$.

Με βάση την εξίσωση του κύματος , η απομάκρυνση στο σημείο Ζ είναι

$$y_Z = A\eta\mu(2\pi t/T - 2\pi\chi_Z/\lambda) = 0{,}2\eta\mu(2\pi t/T - 3\pi/2\ )\ \text{SI}.$$

$$\text{Άρα : } A = 0{,}2\ \text{m}\ ,\ T = 1\ \text{s και } \chi_Z = 3\lambda/4 \quad (1).$$

Όμως, όπως φαίνεται στο σχήμα 1 είναι $\chi_Z - \chi_\Gamma = \lambda/2$ και με βάση την (1) $\chi_\Gamma = \lambda/4$ (2)

Δίνεται $\chi_\Delta - \chi_\Gamma = 5\lambda/2$ και με βάση τη (2) έχουμε ότι $\chi_\Delta = 11\lambda/4$ (3)

Από την εξίσωση κύματος που μας δίνεται, προκύπτει για την απομάκρυνση στο Γ

$y_\Gamma = A\eta\mu 2\pi(t/T - \chi_\Gamma/\lambda)$ και με βάση τις (1) , (2)

$$\mathbf{y_\Gamma = 0{,}2\eta\mu(2\pi t - \pi/2)\ SI}$$

και για την απομάκρυνση στο Δ

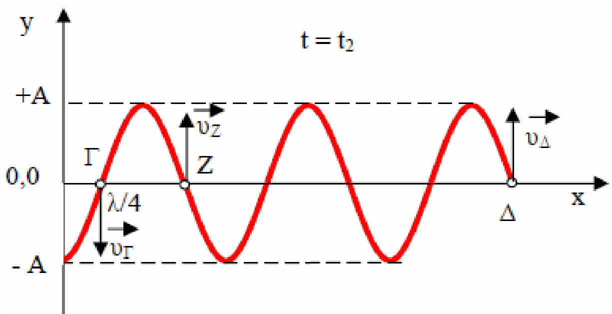
$$y_\Delta = A\eta\mu 2\pi(t/T - \chi_\Delta/\lambda) \quad \text{και με βάση τις (1) , (3)}$$

$$\mathbf{y_\Delta = 0{,}2\eta\mu(2\pi t - 11\pi/2)\ SI\ .}$$

iii) Η ταχύτητα του κύματος είναι $\upsilon = \dfrac{\Delta\chi}{\Delta t}$ άρα $\upsilon = \dfrac{(\Gamma\Delta)}{\Delta t_{\Gamma\Delta}}$ ή $\Delta t_{\Gamma\Delta} = \dfrac{(\Gamma\Delta)}{\upsilon} = \dfrac{\frac{5\lambda}{2}}{\upsilon} = \dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{\lambda}{\upsilon}$ ή $\Delta t_{\Gamma\Delta} = \dfrac{5}{2}T$

και με βάση την (1) $\mathbf{\Delta t_{\Gamma\Delta} = 2{,}5\ s}$.

iv) Το σημείο Δ, περνά τη χρονική στιγμή t_2 για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή t_1 από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα, ενώ τη χρονική στιγμή t_1 όπως είδαμε στο 1ο ερώτημα, βρισκόταν στη θέση $y = -A$. Άρα $\Delta t = T/4$ κατά συνέπεια και τα σημεία Γ , Ζ θα βρίσκονται στη θέση ισορροπίας τους για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή t_1, και το στιγμιότυπο του κύματος φαίνεται στο σχήμα 2.



Σχήμα 2

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης