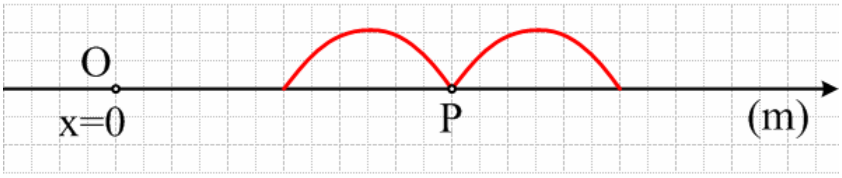
Μια πηγή και δύο κύματα.

Στη θέση x_P=6m ενός γραμμικού ελαστικού μέσου υπάρχει μια πηγή κύματος P, η οποία για t=0, αρχίζει να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση y=1·ημ(2πt) (μονάδες στο S.I.). Η μορφή του μέσου μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



i) Πόσο είναι το πλάτος του κύματος και πόσο το μήκος του κύματος, με βάση την παραπάνω εικόνα;;
ii) Να βρεθεί η στιγμή t_1 στην οποία ελήφθη η παραπάνω εικόνα.
iii) Να βρεθούν οι εξισώσεις των κυμάτων, y_1=f(t,x) και y_2=f(t,x), για τα δύο κύματα που κινούνται προς τα δεξιά και προς τ' αριστερά αντίστοιχα.
iv) Να σχεδιάστε τη μορφή του μέσου τη χρονική στιγμή t_2=1,5s.

Απάντηση:

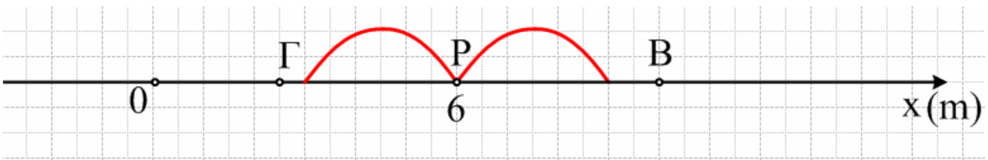
i) Το πλάτος της ταλάντωσης της πηγής είναι 1m που αντιστοιχεί σε 2 γραμμές στο σχήμα μας, ενώ το λ/2 αντιστοιχεί σε 6 γραμμές. Άρα λ/2=3m ή λ= 6m.

Τη στιγμή που φαίνεται στο σχήμα δεξιά και αριστερά της πηγής, έχει διαδοθεί το κύμα σε απόσταση ίση με μισό μήκος κύματος, πράγμα που σημαίνει ότι η πηγή έχει εκτελέσει μισή ταλάντωση. Αλλά από την εξίσωση y=2·ημ(2πt) έχουμε:

$$\omega=2\pi \rightarrow T=1s$$

Συνεπώς η εικόνα ελήφθη τη στιγμή t_1=0,5s.

ii) Το κύμα για να φτάσει σε ένα σημείο Β δεξιά του Ε στη θέση x, θα χρειαστεί χρονικό διάστημα:



$$t_2=\frac{x-6}{\upsilon}$$

όπου υ=λ/Τ=6m/s.

Άρα η εξίσωση ταλάντωσής του θα είναι:

$$y=1\cdot ημ(2\pi(t-t_2)) =1\cdot ημ2\pi(t-\frac{x-6}{6}) \quad ή$$

$$y_1= 1\cdot ημ2\pi(t-\frac{x}{6}+1) \quad (S.I.) \text{ με } t \geq 0 \text{ και } x\geq 6m \quad (1)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι η εξίσωση του κύματος που διαδίδεται προς τα δεξιά.

iii) Έστω τώρα ένα σημείο Γ στη θέση x, αριστερά του P. Το κύμα για να φτάσει στο Γ, θα χρειαστεί χρονικό διάστημα:

$$t_3 = \frac{6-x}{\upsilon}$$

Άρα η εξίσωση ταλάντωσής του θα είναι:

$$y_2 = 1\cdot ημ(2π(t-t_3)) = 1\cdot ημ2π(t-\frac{6-x}{6}) \quad ή$$

$$y_2 = 1\cdot ημ2π(t+\frac{x}{6}-1) \quad (S.I.) \quad με\ t \geq 0\ και\ x \leq 6m \qquad (2)$$

Η εξίσωση (2) είναι η εξίσωση του κύματος που διαδίδεται προς τα αριστερά.

iv) Θέτοντας στην (1) t_2=1,5s παίρνουμε:

$$y_1 = 1\cdot ημ2π(1,5-\frac{x}{6}+1) = 1\cdot ημ(5π-πx/3) = 1\cdot ημ(πx/3)$$

Εξάλλου στο παραπάνω χρονικό διάστημα το κύμα έχει διαδοθεί κατά $Δx=υ\cdot t_2$=9m, φτάνοντας στη θέση x΄=15m. Συνεπώς το πεδίο ορισμού της παραπάνω σχέσης είναι:

$$6m \leq x \leq 15m$$

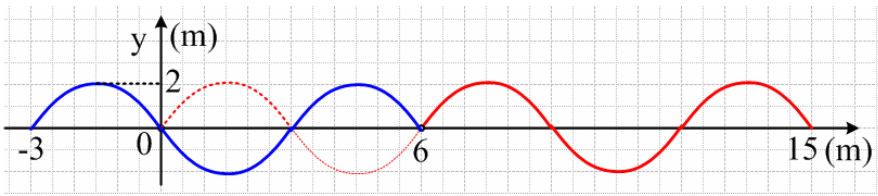
Αντίστοιχα αντικαθιστώντας t_2=1,5s στην εξίσωση (2) θα πάρουμε:

$$y_2 = 1\cdot ημ2π(t+\frac{x}{6}-1) = 1\cdot ημ2π(1,5+\frac{x}{6}-1) = 1\cdot ημ(π+πx/3) = -1\cdot ημ(πx/3)$$

Αλλά και αυτό το κύμα διαδόθηκε κατά 15m, οπότε το πεδίο ορισμού της παραπάνω σχέσης είναι:

$$-3m \leq x \leq 6m$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μορφή του μέσου, όπου με κόκκινο είναι το μέρος που το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά και με μπλε το κύμα προς τα αριστερά.



Παρατηρείστε ότι η κατάσταση δεξιά και αριστερά της πηγής είναι απολύτως όμοια.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης