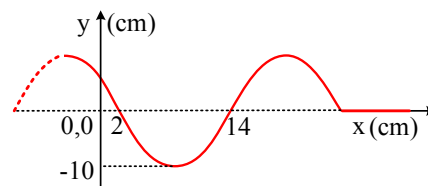


Ένα κύμα, το στιγμιότυπο και άλλα..

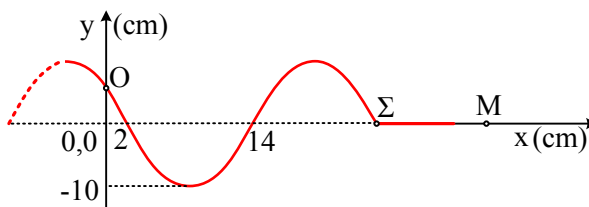
Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από τα αριστερά προς τα δεξιά διαδίδεται ένα κύμα με ταχύτητα $v=48\text{cm/s}$. Η μορφή του μέσου τη χρονική στιγμή $t=0$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- i) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.
- ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της φάσης των διαφόρων σημείων του μέσου με $x>0$ τη χρονική στιγμή $t_1=0,75\text{s}$.
- iii) Ένα σημείο M βρίσκεται στη θέση $x_1=0,5\text{m}$. Να βρείτε την επιτάχυνση ταλάντωσης του σημείου M σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση. $\pi^2 \approx 10$.

Απάντηση:

- i) Τη στιγμή που δόθηκε το στιγμιότυπο, για $t=0$, το κύμα έχει φτάσει στο σημείο Σ, το οποίο ξεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας με φορά προς τα πάνω, συνεπώς έχει φάση απομάκρυνσης μηδέν.



Αλλά με βάση το σχήμα $\lambda/2=12\text{cm}$ ή $\lambda=24\text{cm}$ και αφού $v=\lambda \cdot f$ θα έχουμε:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{48\text{cm/s}}{24\text{cm}} = 2\text{Hz}$$

Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσής του δίνεται από την εξίσωση:

$$y_{\Sigma} = 10 \cdot \eta\mu(2\pi \cdot 2 \cdot t) \quad (\text{το } y \text{ σε cm, το } t \text{ σε s}).$$

Για το τυχαίο σημείο M, που βρίσκεται στη θέση x, το κύμα θα καθυστερήσει να φτάσει κατά:

$$t_1 = \frac{d}{v} = \frac{x - 26}{48} \text{ s}$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης για την ταλάντωση που πρόκειται να πραγματοποιήσει θα είναι:

$$y = 10 \cdot \eta\mu 4\pi(t - t_1) = 10 \cdot \eta\mu 4\pi\left(t - \frac{x - 26}{48}\right) \text{ ή}$$

$$y = 10 \cdot \eta\mu 2\pi\left(2t - \frac{x}{24} + \frac{13}{12}\right) \quad (\text{το } y \text{ σε cm, το } t \text{ σε s}). \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) είναι η εξίσωση του κύματος.

- ii) Η φάση δίνεται από τη σχέση:

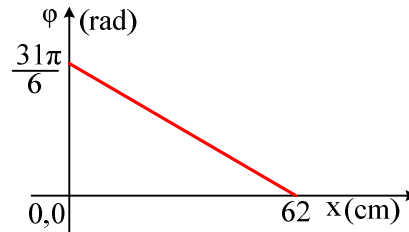
$$\phi = 2\pi\left(2t - \frac{x}{24} + \frac{13}{12}\right)$$

Για $t_1=0,75\text{s}$ η φάση γίνεται:

$$\phi = 2\pi\left(2t - \frac{x}{24} + \frac{13}{12}\right) = 4\pi \cdot 0,75 - \frac{\pi x}{12} + \frac{13\pi}{6} = \frac{31\pi}{6} - \frac{\pi x}{12}$$

Για $x=0$, $\phi=31\pi/6$ και για $\phi=0$ τότε $x=62\text{cm}$.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι η παρακάτω.



iii) Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου M είναι:

$$y = 10 \cdot \eta\mu 2\pi\left(2t - \frac{50}{24} + \frac{13}{12}\right) = 10 \cdot \eta\mu 2\pi\left(2t - \frac{24}{24}\right) = 10 \cdot \eta\mu(4\pi t - 2\pi) \text{ με } t \geq 0,5\text{s}$$

αφού το σημείο M αρχίζει να ταλαντώνεται μόλις το κύμα φτάσει σε αυτό και αυτό μπορούμε να το βρούμε είτε μηδενίζοντας τη φάση του, είτε δουλεύοντας ως εξής:

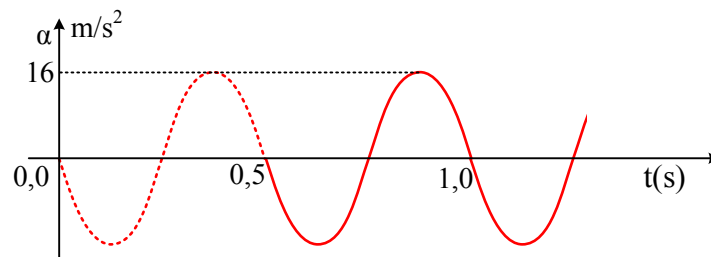
Το κύμα για να φτάσει από το σημείο Σ στο M χρειάζεται χρόνο:

$$t_1 = \frac{d}{v} = \frac{50\text{cm} - 26\text{cm}}{48\text{cm/s}} = 0,5\text{s}$$

Άρα η επιτάχυνση του σημείου M θα δίνεται από την εξίσωση:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\omega^2 \cdot y = -(4\pi)^2 \cdot 10 \cdot \eta\mu(4\pi t - 2\pi) = -16 \cdot \eta\mu(4\pi t - 2\pi) \text{ ή} \\ \alpha &= -16 \cdot \eta\mu 4\pi t \text{ (μονάδες στο S.I.) και } t \geq 0,5\text{s} \end{aligned}$$

Η γραφική παράσταση είναι της μορφής:



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης