Η διαφορά φάσης δύο σημείων συσχετίζει πλήρως τον τρόπο κίνησης τους.

Ο σκοπός της άσκησης είναι να αναδείξει το γεγονός ότι κατά την διάδοση ενός κύματος σε ένα μέσο, η γνώση του τρόπου κίνησης ενός σημείου και της διαφοράς φάσης του από ένα δεύτερο προκαθορίζει τον τρόπο κίνησης του δεύτερου.

Θεωρούμε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο μεγάλου μήκους το οποίο εκτείνεται κατά μήκος του ημιάξονα Ox συστήματος συντεταγμένων. Θεωρούμε τρία σημεία Κ,Λ,Μ του ελατικού μέσου τέτοια ώστε ΟΚ<ΟΛ<ΟΜ. Η απόσταση του Κ από το Μ είναι 0,5m και το Λ είναι το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος ΚΜ.

Την στιγμή t=0 το άκρο Ο του ελαστικού μέσου αρχίζει να ταλαντώνεται με εξίσωση y=5ημ(4πt) (t σε s και y σε cm) με αποτέλεσμα να διαδοθεί σε αυτό αρμονικό κύμα με ταχύτητα υ=2m/s.

α) Να βρείτε την διαφορά φάσης των σημείων Λ και Μ και των σημείων Κ και Μ

β) Να βρείτε τις απομακρύνσεις από την θέση ισορροπίας τους των σημείων Κ και Λ την χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του Μ από την θέση ισορροπίας του είναι 5cm.

γ) Να βρείτε τις απομακρύνσεις από την θέση ισορροπίας τους των σημείων Κ και Λ την χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του Μ από την θέση ισορροπίας του είναι 4cm και κατευθύνεται προς αυτήν.

Λύση

α) Από την εξίσωση της ταλάντωσης της πηγής Ο εύκολα βρίσκουμε ότι Α=5cm και f=2Hz.

Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής υ=λf⇒λ=1m.

Για τα σημεία Κ και Μ έχουμε ότι: $\varphi_K - \varphi_M = 2\pi\frac{KM}{\lambda} = \pi$

Για τα σημεία Κ και Λ έχουμε ότι: $\varphi_K - \varphi_\Lambda = 2\pi\frac{K\Lambda}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$

β) Επειδή τα σημεία Κ και Μ έχουν διαφορά φάσης π, οι απομακρύνσεις τους είναι κάθε χρονική στιγμή αντίθετες. Άρα όταν y_M=5cm, τότε y_K=-5cm.

Επειδή τα σημεία Λ και Μ έχουν διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$, όταν το ένα βρίσκεται σε ακραία θέση τότε το άλλο βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του.

Συνεπώς την στιγμή που y_M=5cm είναι y_Λ=0.

γ) Ισχύει ότι

$$y_K = A\eta\mu\varphi_K \quad (1)$$

$$y_\Lambda = A\eta\mu\varphi_\Lambda \quad (2)$$

$$y_M = A\eta\mu\varphi_M \; v_M = \omega A\sigma\upsilon\nu\varphi_M \quad (3)$$

Όμως $\varphi_K = \varphi_M + \pi$ και $\varphi_\Lambda = \varphi_M + \frac{\pi}{2}$

Αντικαθιστώντας τις φάσεις των σημείων Κ και Λ στις (1) και (2) αντιστοίχως έχουμε:

$$y_K = A\eta\mu(\varphi_M+\pi) = -A\eta\mu\varphi_M = -y_M = -4cm.$$

$$y_\Lambda = A\eta\mu(\varphi_M + \frac{\pi}{2}) = A\sigma\upsilon\nu\varphi_M \qquad (4)$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) εύκολα προκύπτει ότι:

$$y_\Lambda^2 + y_M^2 = A^2 \Rightarrow y_\Lambda = \pm 3cm$$

Επειδή, την στιγμή που ενδιαφερόμαστε, το σημείο Μ έχει θετική απομάκρυνση και κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας του ισχύει ότι $\upsilon_M<0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_M<0 \Rightarrow y_\Lambda<0$.

Άρα $y_\Lambda=-3$ cm.

<u>2η λύση (με στρεφόμενα διανύσματα)</u>

Την στιγμή στην οποία αναφερόμαστε το σημείο Μ έχει θετική απομάκρυνση και αρνητική ταχύτητα. Επομένως το στρεφόμενο διάνυσμα, που αναπαριστά την κίνησή του, βρίσκεται στο 2ο τεταρτημόριο. Επειδή y_M=4cm, η προβολή του Μ στον άξονα yy’ είναι τέτοια ώστε OM_1=4cm.

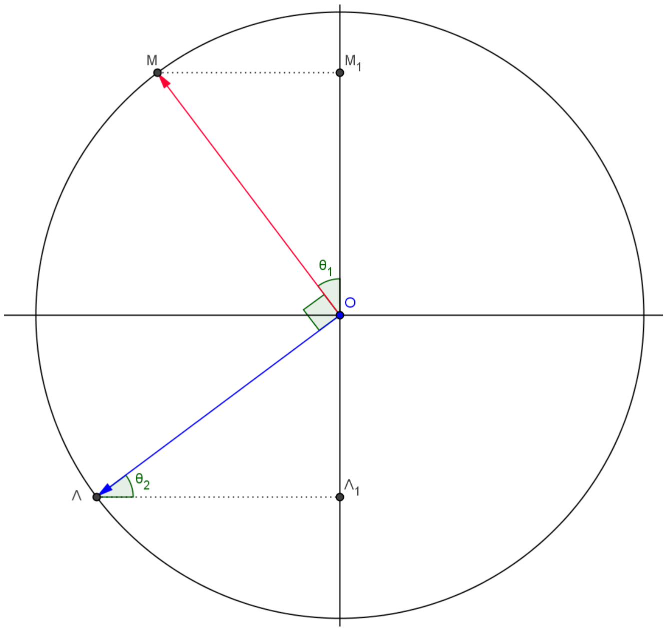
Επειδή $\varphi_\Lambda - \varphi_M = \frac{\pi}{2}$, το στρεφόμενο διάνυσμα που αναπαριστά την κίνηση του Λ προηγείται κατά $\frac{\pi}{2}$.

Επομένως $\theta_1=\theta_2$. Εύκολα αποδεικνύεται ότι τα τρίγωνα OMM_1 και $O\Lambda\Lambda_1$ είναι ίσα.

Επομένως $\Lambda\Lambda_1=OM_1$=4cm.

Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο $O\Lambda\Lambda_1$ βρίσκουμε ότι $O\Lambda_1$=3cm

Άρα y_Λ=-3cm.



Επιμέλεια

Ε. Κορφιάτης