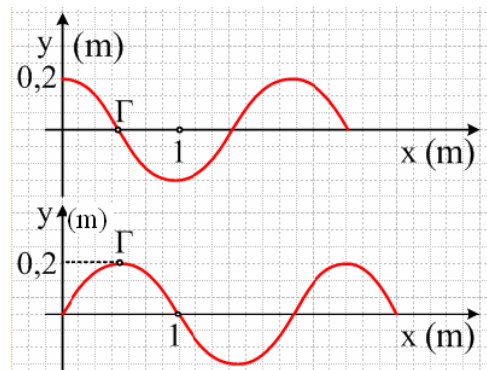


Από το στιγμιότυπο κύματος σε ταλάντωση σημείου.



Στο παρακάτω σχήμα δίνονται δύο στιγμιότυπα ενός αρμονικού κύματος, τα οποία διαφέρουν χρονικά κατά $\Delta t=0,25\text{s}$ και για τα σημεία δεξιά της θέσης $x=0$.

Αν το σημείο Γ του σχήματος ξεκίνησε την ταλάντωσή του τη χρονική στιγμή $t_0=0$, να βρεθούν:

- i) Το μήκος και η περίοδος του κύματος.
- ii) Η εξίσωση του κύματος.
- iii) Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός σημείου B , η φάση του οποίου υπολείπεται κατά $7\pi/6$ της φάσης του σημείου Γ .
- iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σημείου B σε συνάρτηση με το χρόνο.

Απάντηση:

- i) Με βάση το δεύτερο διάγραμμα βλέπουμε ότι $\lambda/2=1\text{m}$ ή $\lambda=2\text{m}$. Εξάλλου σε χρονικό διάστημα $0,25\text{s}$ το σημείο Γ μετακινήθηκε από τη θέση ισορροπίας του στη μέγιστη απομάκρυνσή του, συνεπώς $T/4=0,25\text{s}$ ή $T=1\text{s}$.
- ii) Με βάση τα στιγμιότυπα βλέπουμε ότι το σημείο στο οποίο φτάνει το κύμα, ξεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, συνεπώς δεν έχει αρχική φάση. Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Γ θα είναι:

$$y=0,2\cdot\eta\mu\omega t = 0,2\cdot\eta\mu 2\pi \text{ μονάδες στο S.I.}$$

Η αντίστοιχη εξίσωση για ένα τυχαίο σημείο, δεξιά του Γ , το οποίο βρίσκεται στη θέση x θα είναι:

$$y= 0,2\cdot\eta\mu 2\pi(t-t_1) \quad (1)$$

όπου $t_1=\frac{t-0,5}{v}$, το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το κύμα για να φτάσει από το Γ στο τυχαίο σημείο Σ και v η ταχύτητα διάδοσης, $v=\lambda f=2\text{m}$. Συνεπώς η εξίσωση (1) γίνεται:

$$y= 0,2\cdot\eta\mu 2\pi\left(t-\frac{x-0,5}{v}\right) =0,2\cdot\eta\mu 2\pi\left(t-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)$$

- iii) Για τη διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Γ και B όπου $x_B=x$ έχουμε:

$$\Delta\varphi=\varphi_\Gamma-\varphi_B=2\pi\left(t-\frac{0,5}{2}+\frac{1}{4}\right)-2\pi\left(t-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)=-\frac{\pi}{2}+\pi x$$

Αλλά $\Delta\varphi=7\pi/6$, οπότε:

$$-\frac{\pi}{2} + \pi x = \frac{7\pi}{6} \quad \text{ή} \quad x = \frac{5}{3} m$$

Άρα η απομάκρυνση του σημείου Β είναι:

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{7}{12} \right) \text{ μονάδες στο S.I. και } t \geq \frac{7}{12} s.$$

iv) Η εξίσωση της επιτάχυνσης του σημείου Β είναι:

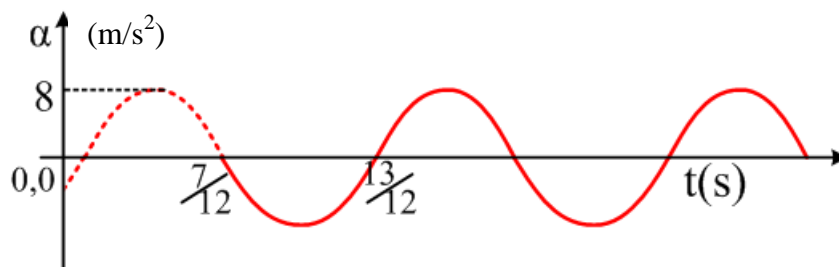
$$a = -\omega^2 y = -4\pi^2 \cdot 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{7}{12} \right) \quad \text{ή}$$

$$a = -8 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{7}{12} \right) \text{ μονάδες στο S.I.}$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί:

$$a = -8 \cdot \eta\mu(2\pi t - 7\pi/6) = -8 \cdot \eta\mu(2\pi t + 2\pi - 7\pi/6) = -8 \cdot \eta\mu(2\pi t + 5\pi/6)$$

και η αντίστοιχη γραφική παράσταση είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



Σχόλιο:

Προηγουμένως χρησιμοποιήσαμε την εξίσωση του κύματος για να βρούμε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Β.

Υπάρχει βέβαια και πιο εύκολος τρόπος να το κάνουμε αυτό.

Αφού γνωρίζουμε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Γ $y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi t$ και γνωρίζουμε τη διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Γ και Β, η εξίσωση της απομάκρυνσης του Β είναι:

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu \left(2\pi t - \frac{7\pi}{6} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{7}{12} \right) \text{ μονάδες στο S.I.}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης