

Σύνθεση ταλαντώσεων και ισορροπία.

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ μετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για κάθε μία από τις επιμέρους ταλαντώσεις είναι:

$$v_1=8\pi\cdot\text{συν}(\omega t + \pi) \text{ (S.I.) και } v_2=v_{2,\text{max}}\cdot\text{συν}\omega t \text{ (S.I.)}$$

Η εξίσωση της σύνθετης ταλάντωσης που προκύπτει δίνεται από τη σχέση

$$x=4\cdot\eta\mu 100\pi t \text{ (x σε cm, t σε s)}$$

- i) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης για κάθε μία από τις συνιστώσες ταλαντώσεις.
- ii) Ποια θα έπρεπε να ήταν η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος εξαιτίας της δεύτερης ταλάντωσης ώστε το σώμα να παρέμενε συνεχώς στη θέση ισορροπίας ($x=0$);

Απάντηση:

- i) Έστω A_1, A_2 τα πλάτη των συνιστωσών ταλαντώσεων. Από τις δεδομένες εξισώσεις ταχυτήτων προκύπτει ότι η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι $\varphi=\pi \text{ rad}$, οπότε θα είναι:

$$A = |A_1 - A_2| \quad \text{①}$$

$$\text{Επίσης είναι: } v_{1,\text{max}} = \omega \cdot A_1 \Rightarrow A_1 = \frac{v_{1,\text{max}}}{\omega} = \frac{8\pi}{100} \Rightarrow A_1 = 0,08\text{m}$$

Έτσι λόγω της ① έχουμε:

- $A_1 - A_2 = A \Rightarrow A_2 = A_1 - A \Rightarrow A_2 = 0,08 - 0,04 \Rightarrow A_2 = 0,04\text{m}$ ή
- $A_1 - A_2 = -A \Rightarrow A_2 = A_1 + A \Rightarrow A_2 = 0,08 + 0,04 \Rightarrow A_2 = 0,12\text{m}$

Γνωρίζουμε όμως ότι όταν η διαφορά φάσης των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι $\pi \text{ rad}$, η αρχική φάση της σύνθετης ταλάντωσης ταυτίζεται με αυτή της συνιστώσας ταλάντωσης με το μεγαλύτερο πλάτος. Η σύνθετη ταλάντωση δεν έχει αρχική φάση όπως επίσης και η $x_2=f(t)$.

Επομένως θα πρέπει: $A_2 > A_1$ οπότε θα είναι $A_1=0,08\text{m}$ και $A_2=0,12\text{m}$.

Άρα οι ζητούμενες εξισώσεις είναι αντίστοιχα:

$$x_1=0,08\eta\mu(100\pi t+\pi) \text{ (S.I.)}$$

και

$$x_2=0,12\eta\mu 100\pi t \text{ (S.I.)}$$

- ii) Για να παραμένει συνεχώς το σώμα στη θέση ισορροπίας(ακίνητο) θα πρέπει το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης να είναι μηδέν.

$$\text{Δηλαδή: } |A_1 - A_2| = 0 \Rightarrow A_1 = A_2 \Rightarrow A_2 = 0,08\text{m}$$

Επομένως η μέγιστη επιτάχυνση της δεύτερης ταλάντωσης θα έπρεπε να ήταν:

$$a_{2,\text{max}} = \omega^2 \cdot A_2 \Rightarrow a_{2,\text{max}} = (100\pi)^2 \cdot 0,08 \Rightarrow$$

$$a_{2,\text{max}} = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2.$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Πέτρος Καραπέτρος