

Η εξίσωση κίνησης

Υλικό σημείο μάζας 0,2kg κινείται ευθύγραμμα. Η εξίσωση της κίνησης δίνεται από τη σχέση:

$$y=3\eta\mu 2\pi t + 3\sigma\upsilon\nu 2\pi t \text{ (S.I.)}$$

- i) Ναδειχτεί ότι το υλικό σημείο εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρεθούν τα χαρακτηριστικά της.
- ii) Να υπολογιστεί η μέγιστη δύναμη που ασκείται στο σώμα και η ενέργεια ταλάντωσης, αν η ταλάντωση αυτή είναι AAT.

Απάντηση:

- i) Η εξίσωση της κίνησης γράφεται:

$$y=3\eta\mu 2\pi t + 3\eta\mu\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Η παραπάνω εξίσωση μας δίνει το δικαίωμα να θεωρήσουμε ότι το σώμα εκτελεί μια σύνθετη ταλάντωση, η οποία αποτελείται από δύο επιμέρους ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με την ίδια συχνότητα και διαφορά φάσεως $\pi/2$ μεταξύ τους.

Αλλά το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο γραμμικών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας είναι μια νέα αρμονική ταλάντωση της μορφής:

$$y=A\eta\mu(2\pi t + \theta)$$

$$\text{όπου } A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 A_2 \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{2}} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}m$$

$$\text{και } \varepsilon\phi\theta = \frac{A_2\eta\mu \frac{\pi}{2}}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{2}} = \frac{A_2}{A_1} = 1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

Οπότε η εξίσωση της κίνησης του σώματος είναι:

$$y = 3\sqrt{2}\eta\mu\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (S.I.)}^{**}$$

- ii) Η μέγιστη δύναμη έχει μέτρο $F_{\max} = m \cdot a_{\max} = m\omega^2 \cdot A \rightarrow$

$$F_{\max} = 0,2 \cdot 4\pi^2 \cdot 3 \sqrt{2} \text{ N} \approx 24 \sqrt{2} \text{ N.}$$

Η παραπάνω ταλάντωση μπορεί να μην είναι AAT και τότε δεν μπορούμε να ξέρουμε τίποτα για την ενέργειά της (εξαναγκασμένη ταλάντωση) ή και ακόμη να μην υπάρχει δυναμική ενέργεια. Αν όμως δεχτούμε ότι είναι AAT, τότε ισχύουν τα γνωστά:

Η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι:

$$E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} 0,2 \cdot 4\pi^2 \cdot (3 \sqrt{2})^2 \text{ J} = 72 \text{ J.}$$

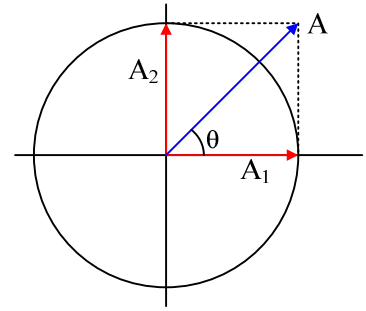
Σχόλιο:

****** Στα ίδια αποτελέσματα μπορούμε να καταλήξουμε με την βοήθεια των περιστρεφόμενων διανυσμάτων για

τις δύο ταλαντώσεις.

Επειδή δε, $A_1=A_2 \rightarrow A=A_1 \cdot \sqrt{2}$ και η διαγώνιος είναι και διχοτόμος του τετραγώνου, οπότε:

$$\hat{\theta} = 45^\circ.$$



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης