

Σύνθεση Ταλαντώσεων και κρούση.

Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την βοήθεια ενός συστήματος ελατηρίων με εξίσωση κίνησης:

$$x = 0,1 \cdot \eta\mu 20t + 0,1 \cdot \sqrt{3} \cdot \eta\mu \left(20t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{S.I.})$$

α) Να αποδείξετε ότι το σώμα εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση, της οποίας να βρείτε τα στοιχεία.

β) Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{5} \text{s}$ το σώμα Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα Σ_2 μάζας

$m_2=0,5\text{kg}$ που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, προς την αντίθετη κατεύθυνση από το σώμα Σ_1 με ταχύτητα μέτρου $v_2=1\text{m/s}$. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει, εκτελεί α.α.τ. της ίδιας διεύθυνσης γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

i) Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

ii) Να βρείτε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

iii) Η ενέργεια ταλάντωσης μετά την κρούση είναι:

A) $E = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_k^2 + \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot x_1^2 = 6,5\text{J}$

B) $E = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot v_k^2 + \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot x_1^2 = 6,75 \text{ J}$

Γ) $E = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot v_k^2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \cdot x_1^2 = 9,75 \text{ J}$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

Απάντηση:

α) Η κίνηση του σώματος μπορεί να θεωρηθεί σαν επαλληλία δύο αρμονικών ταλαντώσεων με εξισώσεις:

$$x_1 = 0,1 \cdot \eta\mu 20t \quad (\text{S.I.}) \quad \text{και} \quad x_2 = 0,1 \cdot \sqrt{3} \cdot \eta\mu \left(20t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{S.I.})$$

Οι δύο ταλαντώσεις έχουν την ίδια συχνότητα, οπότε για το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης θα πάρουμε:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\upsilon\eta\phi} \rightarrow$$

Όπου $\phi = \pi/2$ η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων.

$$A = \sqrt{0,01 + 0,01 \cdot 3} = 0,02\text{m}$$

Ενώ για την διαφορά φάσης έχουμε:

$$\epsilon\phi\theta = \frac{A_2}{A_1} = \sqrt{3} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

Έτσι η εξίσωση της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 είναι:

$$x = 0,2 \cdot \eta\mu \left(20t + \frac{\pi}{3} \right) \quad (\text{S.I.})$$

β) i) Τη στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται στη θέση:

$$x = 0,2 \cdot \eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{3}\right) = 0,2 \cdot \eta\mu\left(20 \cdot \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{3}\right) = 0,2 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0,1\sqrt{3}m$$

ενώ έχει ταχύτητα:

$$v_1 = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(20t + \frac{\pi}{3}\right) = 20 \cdot 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(20 \cdot \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{3}\right) = 2m/s$$

ii) Από την ΑΔΟ για την κρούση παίρνουμε:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v_k \text{ ή}$$

$$v_k = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 1}{1 + 0,5} m/s = 1m/s$$

iii) Η σωστή απάντηση είναι η Β) γιατί η σταθερά επαναφοράς δεν μεταβάλλεται (αυτό που θα αλλάξει είναι η γωνιακή συχνότητα της νέας ταλάντωσης).

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Λιονόσης Μάργαρης