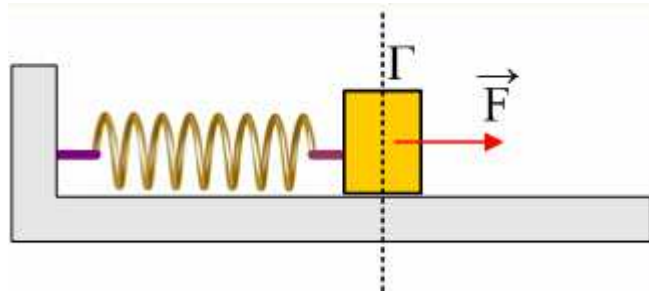


### Αμείωτη και φθίνουσα Ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο σημείο Γ, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k=200\text{N/m}$ . Σε μια στιγμή  $t=0$  δέχεται την επίδραση μιας **σταθερής** οριζόντιας δύναμης  $F=40\text{N}$ , όπως στο σχήμα.



- i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει α.α.τ. και να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική.
- ii) Πόση ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα μέσω του έργου της δύναμης  $F$  κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου ταλάντωσης και πόση είναι η ενέργεια ταλάντωσης;
- iii) Να γίνει το διάγραμμα της απόστασης  $s$  του σώματος από την αρχική θέση ηρεμίας του Γ, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- iv) Αν η ταλάντωση του σώματος είναι φθίνουσα, εξαιτίας μικρών αποσβέσεων, να γίνει ένα ποιοτικό διάγραμμα της απόστασης  $s$  σε συνάρτηση με το χρόνο. Τι ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρθηκε στο σύστημα, μέσω του έργου της δύναμης  $F$ , αποθηκεύεται **τελικά** στο ελατήριο;

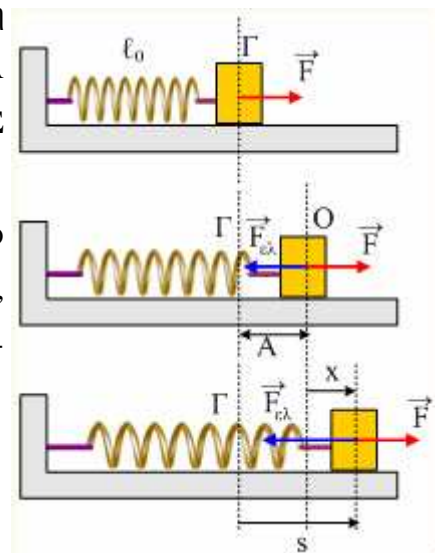
#### Λύση:

- i) Το σώμα επιταχύνεται προς τα δεξιά μέχρι τη θέση  $O$  όπου  $\Sigma F=0$ , δηλαδή  $F-F_{ελ}=0$  ή  $F=kA$  (1), η οποία είναι και η θέση **ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ** του.

Έστω τώρα το σώμα σε μια τυχαία θέση που απέχει κατά  $x$  από την θέση ισορροπίας  $O$ , όπως στο σχήμα. Για τις δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα έχουμε:

$$\Sigma F_x = F - F_{ελ} = F - k(A+x) = F - kA - kx$$

Και λόγω της (1) παίρνουμε:



$$\Sigma F_x = -kx$$

Όπου  $x$  η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας  $O$ . Συνεπώς το σώμα εκτελεί α.α.τ. και επειδή στην αρχική θέση  $\Gamma$  έχει μηδενική ταχύτητα η απόσταση  $\Gamma O$  είναι ίση με το πλάτος  $A$ , δηλαδή

$$A = F/k = 0,2\text{m.}$$

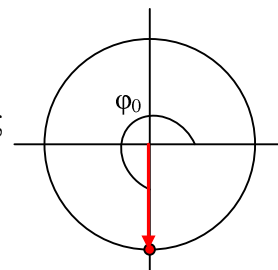
$$\text{Ενώ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\text{rad/s}$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

αλλά αφού για  $t=0$   $x=-A$  με βάση το κύκλο αναφοράς της ταλάντωσης του διπλανού σχήματος  $\varphi_0 = 3\pi/2$  και τελικά:

$$x = 0,2 \cdot \eta\mu(10t + 3\pi/2) \quad (\text{S.I.})$$



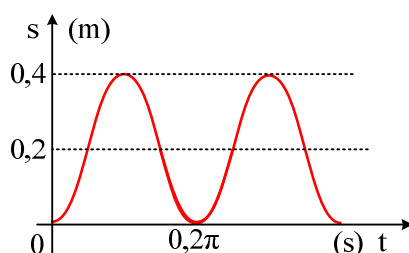
- ii) Σε μια περίοδο, το σώμα επιστρέφει στην αρχική του θέση  $\Gamma$ , οπότε το έργο της δύναμης είναι μηδενικό. Ενώ η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$E = \frac{1}{2} kA^2 = 4\text{J.}$$

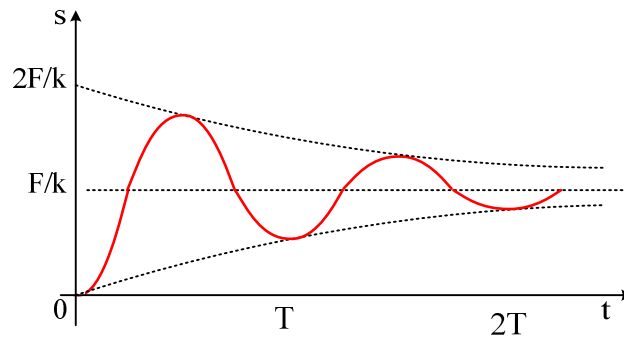
- iii) Η απόσταση  $s$ , όπως εύκολα φαίνεται στο σχήμα είναι:

$$s = A + x = 0,2 + 0,2 \cdot \eta\mu(10t + 3\pi/2) \quad (\text{S.I.})$$

Με γραφική παράσταση την παρακάτω.



- iv) Αν η ταλάντωση ήταν φθίνουσα το πλάτος θα μειωνόταν με την πάροδο του χρόνου και τελικά το σώμα θα ηρεμούσε στην αρχική θέση ισορροπίας της ταλάντωσης  $O$ , ένα δε ποιοτικό διάγραμμα που μας δείχνει την κατάσταση είναι το παρακάτω.



Το συνολικό έργο της δύναμης  $F$  είναι  $W_F = F \cdot A$  (μην ξεχνάμε ότι κάθε σταθερή δύναμη είναι και συντηρητική), ενώ τελικά στο ελατήριο παραμένει αποθηκευμένη ενέργεια:

$$U = \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} kA \cdot A = \frac{1}{2} F \cdot A \quad !$$

**Δηλαδή το μισό της παρεχόμενης ενέργειας, μέσω του έργου της δύναμης, παραμένει τελικά σαν δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.**

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**  
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*