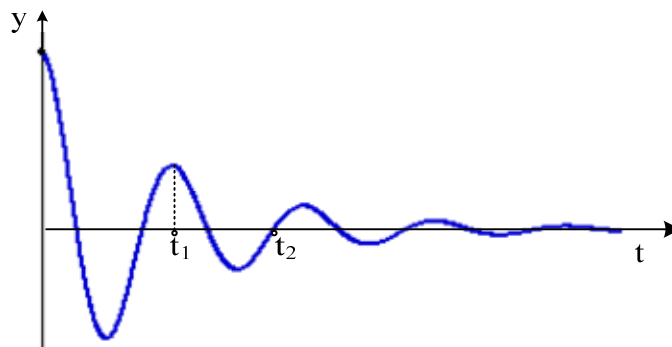
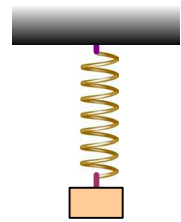


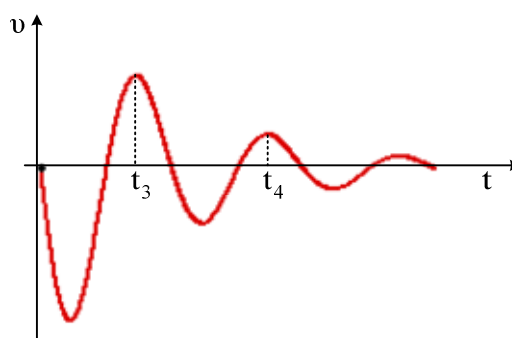
Φθίνουσα ταλάντωση και διαγράμματα

Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω κατά Α και το αφήνουμε να κινηθεί. Δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από την αρχική θέση ισορροπίας για το παραπάνω σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Η στιγμή t_1 υπολογίζεται από την εξίσωση $t_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.
- ii) Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 είναι μηδενική.
- iii) Τη χρονική στιγμή t_2 το σώμα δεν έχει επιτάχυνση.
- iv) Η δύναμη απόσβεσης τη χρονική στιγμή t_1 έχει φορά προς τα κάτω.
- v) Η δύναμη απόσβεσης τη χρονική στιγμή t_2 έχει φορά προς τα κάτω.
- vi) Αν αυξηθεί η σταθερά απόσβεσης b , θα αυξηθεί το χρονικό διάστημα $t_2 - t_1$.

1) Το αντίστοιχο διάγραμμα της ταχύτητας είναι:



- i) Σχεδιάστε ένα σχήμα, που να φαίνεται το σώμα τη χρονική στιγμή t_3 και σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του. Πόση είναι η συνισταμένη των δυνάμεων τη στιγμή αυτή;
- ii) Τη χρονική στιγμή t_3 ή τη στιγμή t_4 το σώμα δέχεται μεγαλύτερη δύναμη επαναφοράς;

Απάντηση;

- 1) Το σώμα τη στιγμή t_1 βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνσή του. Για $t=t_1^-$, κινείται προς τα πάνω, ενώ τη στιγμή t_1^+ ξεκινά την κίνησή του προς τα κάτω. Συνεπώς τη στιγμή αυτή έχει μηδενική ταχύτητα.

τα*. Τη στιγμή t_2 το σώμα περνά από τη θέση $x=0$ κινούμενο προς τα πάνω.

Εξάλλου η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης εξαρτάται από την σταθερά απόσβεσης και όσο μεγαλύτερη είναι αυτή, τόσο μεγαλύτερη και η περίοδος. Με βάση τις παρατηρήσεις αυτές, οι απαντήσεις είναι:

- Η στιγμή t_1 υπολογίζεται από την εξίσωση $t_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. **Λ.**
- Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 είναι μηδενική. **Σ.**
- Τη χρονική στιγμή t_2 το σώμα δεν έχει επιτάχυνση. **Λ.**
- Η δύναμη απόσβεσης τη χρονική στιγμή t_1 έχει φορά προς τα κάτω. **Λ.**
- Η δύναμη απόσβεσης τη χρονική στιγμή t_2 έχει φορά προς τα κάτω. **Σ.**
- Αν αυξηθεί η σταθερά απόσβεσης b , θα αυξηθεί το χρονικό διάστημα t_2-t_1 . **Σ.**

- 2) Τη στιγμή t_3 το σώμα έχει (τοπικά) μέγιστη ταχύτητα, συνεπώς δέχεται και δύναμη απόσβεσης $F=-bv$. Όμως τη στιγμή αυτή έχει μηδενική επιτάχυνση. Γιατί; Πριν τη στιγμή αυτή, το σώμα επιταχύνεται προς τα πάνω (η ταχύτητα αυξάνεται) έχοντας θετική επιτάχυνση, μετά τη στιγμή t_3 η ταχύτητα μειώνεται, ενώ το σώμα συνεχίζει να κινείται προς τα πάνω, συνεπώς επιβραδύνεται έχοντας αρνητική επιτάχυνση. Άρα τη στιγμή της μέγιστης ταχύτητας έχει μηδενική επιτάχυνση**. Και στις δύο στιγμές λοιπόν που έχουν σημειωθεί στο σχήμα:

$$\begin{aligned}\Sigma F &= 0 \text{ ή} \\ F_{επ} + F_{απ} &= 0 \text{ ή} \\ -Dx - bv &= 0 \text{ ή} \\ x &= -\frac{b}{k}v\end{aligned}$$

Με βάση αυτά:

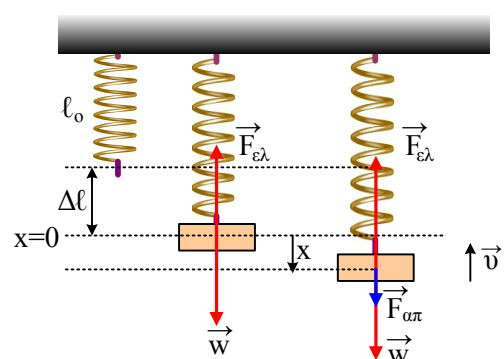
- i) Στο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση $x=0$ που τελικά θα ηρεμήσει και όπου είναι:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } k\Delta\ell = mg$$

Ενώ πριν φτάσει εκεί έχει αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα σε μια άλλη θέση. Όπου $\Sigma F = 0$ ή

$$\begin{aligned}k(\Delta\ell + |x|) - bv - mg &= 0 \text{ ή} \\ -kx - bv &= 0 \text{ ή } x = -\frac{b}{k}v \quad (1)\end{aligned}$$

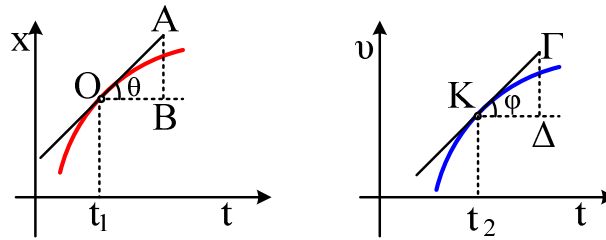
- ii) Από την εξίσωση (1) φαίνεται ότι όσο μεγαλύτερο είναι το μέτρο της ταχύτητας, τόσο μεγαλύτερη είναι η απόσταση, της θέσης μέγιστης ταχύτητας, από τη θέση $x=0$



Σχόλια **.

Υπενθυμίζεται ότι σε ένα διάγραμμα $x-t$ η κλίση $\frac{dx}{dt}$ μας δίνει την ταχύτητα, ενώ σε ένα διάγραμμα $v-t$ η

κλίση $\frac{dv}{dt}$ μας δίνει την επιτάχυνση.

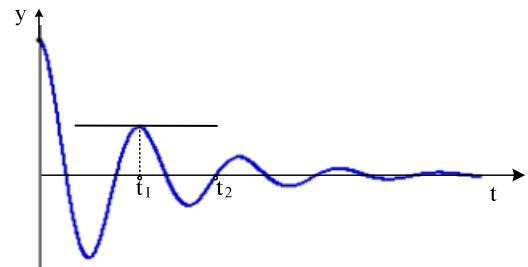


Έτσι στο πρώτο σχήμα η κλίση $\frac{dx}{dt} = \frac{AB}{OB}$ είναι αριθμητικά ίση με την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή

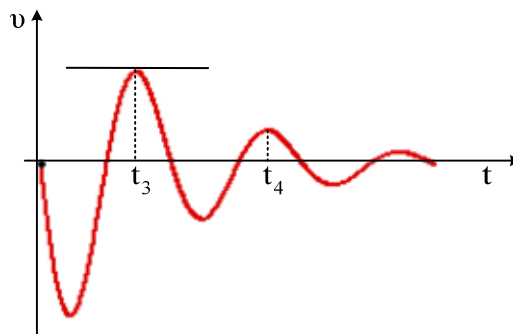
t_1 , ενώ στο δεύτερο σχήμα η αντίστοιχη κλίση $\frac{dv}{dt} = \frac{\Gamma\Delta}{\text{Κ}\Delta}$ είναι αριθμητικά ίση με την επιτάχυνση του

σώματος τη στιγμή t_2 ,

Έχοντας αυτό υπόψη μας, τότε στο πρώτο διάγραμμα που μας δόθηκε, τη στιγμή t_1 η κλίση είναι μηδενική, αφού φέρνοντας την εφαπτόμενη στην καμπύλη, αυτή είναι παράλληλη στον άξονα των χρόνων, συνεπώς η ταχύτητα είναι μηδέν.



Αντίστοιχα στο δεύτερο διάγραμμα, η κλίση τη στιγμή t_3 είναι μηδενική, συνεπώς μηδενική είναι και η επιτάχυνση.



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης