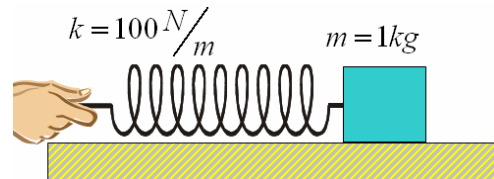


Ο διεγέρτης δρα στο άκρο του ελατηρίου.

Το σώμα του σχήματος βρίσκεται πάνω σε λεία σανίδα συνδεδεμένο με ιδανικό ελατήριο. Κινούμενο συναντά αντίσταση

$F_{αντ} = -b.v$, όπου v η ταχύτητά του και $b = 5 \frac{N \cdot s}{m}$. Η ταλά-

ντωση του χεριού το αναγκάζει να εκτελεί εξαναγκασμένη ταλά-
ντωση με εξίσωση $x = 0,2\eta\mu 5t$ (S.I).



- i) Να γραφούν οι εξισώσεις της ταχύτητας, της αντίστασης, της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης του χεριού.
- ii) Υπολογίσετε συναρτήσει του χρόνου την επιμήκυνση του ελατηρίου και τη θέση του χεριού.
- iii) Να υπολογίσετε συναρτήσει του χρόνου την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, την κινητική ενέργεια του σώματος και να τις παραστήσετε γραφικά.

Απάντηση:

$$i) v = A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t = 0,2 \cdot 5 \cdot \sigma\upsilon\nu 5t \Rightarrow v = \sigma\upsilon\nu 5t \quad (\text{S.I})$$

$$F_{αντ} = -b \cdot v = -5 \cdot \sigma\upsilon\nu 5t \quad (\text{S.I})$$

Επειδή το σώμα εκτελεί ταλάντωση ισχύει για τη συνισταμένη:

$$\sum F = -m\omega^2 x = -5 \cdot \eta\mu 5t \quad (\text{S.I})$$

$$\text{Όμως } \sum F = F_{ελ} + F_{αντ} \Rightarrow F_{ελ} = \sum F - F_{αντ} = -5 \cdot \eta\mu 5t + 5 \cdot \sigma\upsilon\nu 5t = 5\eta\mu(5t + \pi) + 5\eta\mu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow F_{ελ} = \Gamma \cdot \eta\mu\left(5t + \frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

$$\text{Όπου } \Gamma = \sqrt{5^2 + 5^2 + 2 \cdot 5^2 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right)} = \sqrt{2 \cdot 5^2} = 5\sqrt{2}N$$

$$\text{και } \varepsilon\varphi\theta = \frac{5 \cdot \eta\mu\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right)}{5 + 5 \sigma\upsilon\nu\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right)} = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Επομένως } F_{ελ} = 5\sqrt{2} \cdot \eta\mu\left(5t + \frac{3\pi}{4}\right) \quad (\text{S.I})$$

Αν F είναι η δύναμη του χεριού τότε $F - F_{ελ} = m_{ελ} \cdot a_{ελ}$ Όπου $a_{ελ}$ η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του ελατηρίου. Η μάζα ενός ιδανικού ελατηρίου είναι μηδέν οπότε:

$$F = F_{ελ} = 5\sqrt{2} \cdot \eta\mu\left(5t + \frac{3\pi}{4}\right) \quad (\text{S.I})$$

ii) Η επιμήκυνση του ελατηρίου σχετίζεται με τη δύναμη του ελατηρίου:

$$F_{ελ} = -k \cdot \Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{F_{ελ}}{k} = -\frac{5\sqrt{2}}{100} \cdot \eta\mu \left(5t + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (\text{S.I})$$

Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι η διαφορά της μετατόπισης του σώματος και αυτής του χεριού , δηλαδή:

$$\Delta\ell = x - x_{\delta} \Rightarrow x_{\delta} = x - \Delta\ell = 0,2\eta\mu 5t - 0,05\sqrt{2}\eta\mu \left(5t + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (\text{S.I})$$

$$\Rightarrow x_{\delta} = 0,2\eta\mu 5t + 0,05\sqrt{2}\eta\mu \left(5t + \frac{7\pi}{4} \right) = 0,05 \left[4\eta\mu 5t + \sqrt{2}\eta\mu \left(5t + \frac{7\pi}{4} \right) \right] \quad (\text{S.I})$$

$$x_{\delta} = 0,05 \cdot \Delta \cdot \eta\mu(5t + \phi)$$

$$\Delta = \sqrt{4^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{4}} = \sqrt{16 + 2 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{26}m$$

$$\text{και } \epsilon\phi\phi = \frac{\sqrt{2} \cdot \eta\mu \frac{7\pi}{4}}{4 + \sqrt{2} \sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{4}} = \frac{-\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2}}{4 + \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{1}{5}$$

$$\text{Οπότε } x_{\delta} = 0,05 \cdot \sqrt{26} \cdot \eta\mu \left(5t + 0,063\pi + \frac{7\pi}{4} \right) \quad (\text{S.I})$$

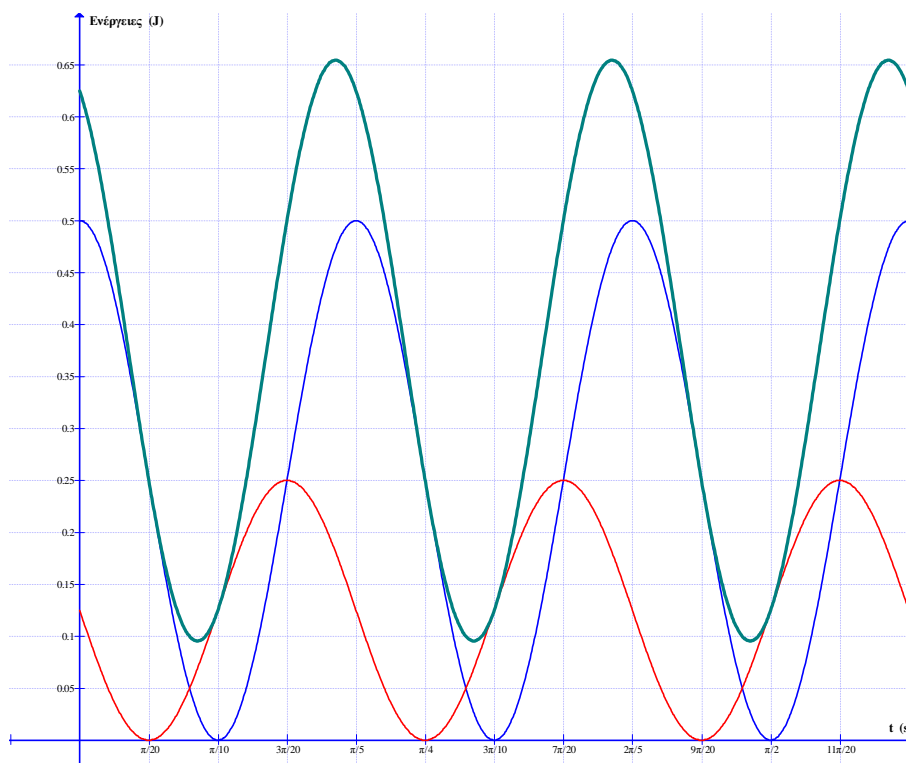
iii) Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου:

$$U_{ελ} = \frac{1}{2} k \Delta\ell^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot \left[-\frac{5\sqrt{2}}{100} \right]^2 \cdot \eta\mu^2 \left(5t + \frac{3\pi}{4} \right) = 0,25 \cdot \eta\mu^2 \left(5t + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (\text{S.I})$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 5t = 0,5 \sigma\upsilon\nu^2 5t \quad (\text{S.I})$$

Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνονται η κινητική ενέργεια με μπλε , η δυναμική με κόκκινο και η ολική ενέργεια.



Παρατηρήσατε ότι η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου και η κινητική ενέργεια του σώματος δε έχουν ίδιες μέγιστες τιμές. Ίδια μέγιστη τιμή έχει η κινητική ενέργεια με την παράσταση: $\frac{1}{2} m \omega^2 x^2$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Κυριακόπουλος Γιάννης