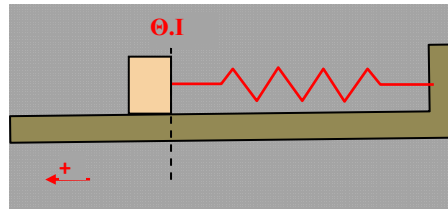


Μια φθίνουσα και μια εξαναγκασμένη με τριβή ολίσθησης

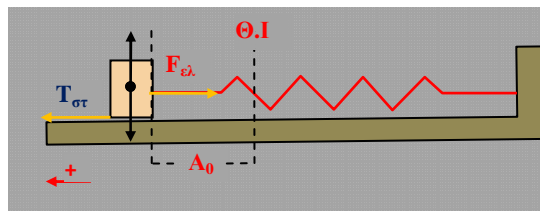
Στο παρακάτω σχήμα το σώμα ηρεμεί στην θέση ισορροπίας (Θ.Ι) που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος του ελατηρίου.



Απομακρύνω το σώμα από την (Θ.Ι) κατά (A_0) και το αφήνω ελεύθερο να κινηθεί.

1. Ποιες είναι οι προϋποθέσεις για να κινηθεί το σώμα.
 2. Αν το σώμα κινηθεί και την στιγμή που περνά από την (Θ.Ι) έχει ταχύτητα ίση με το 80% της ταχύτητας που θα είχε αν η ταλάντωση ήταν Γ.Α.Τ. να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επίπεδου.
 3. Να βρείτε την ενέργεια που πρέπει να απορροφά σε κάθε περίοδο το σύστημα για να συντηρείται η Γ.Α.Τ. με πλάτος A_0 και συχνότητα ταλάντωσης ίση με την ιδιοσυχνότητα (ω_0).
 4. Το σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη Γ.Α.Τ. με πλάτος (A_0). Να βρεθεί η σχέση του χρονικού ρυθμού μετατροπής της ενέργειας ταλάντωσης σε θερμότητα με τον χρόνο. Να γίνει γραφική η παράσταση της.
- Για τους υπολογισμούς γνωστά θεωρούνται : k, m, g, A_0 .
- Επίσης σ' αυτές τις ταχύτητες ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι σταθερός.

Απάντηση



1. Φέρνω το σώμα στην ακραία θέση (A_0) και το αφήνω ελεύθερο να κινηθεί.
 - α. Αν το επίπεδο είναι λείο τότε το σώμα θα αρχίσει να κινείται αμέσως με την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου.
 - β. Αν το επίπεδο δεν είναι λείο τότε για να κινηθεί πρέπει η $F_{ελ} > T_{ορ} \rightarrow kA_0 > \mu_s mg \rightarrow A_0 > \frac{\mu_s mg}{k}$ όπου μ_s ο συντελεστής οριακής τριβής.
2. Όταν το αρχίσει να κινείται εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη αντίστασης είναι η είναι η σταθερή τριβή ολίσθησης:

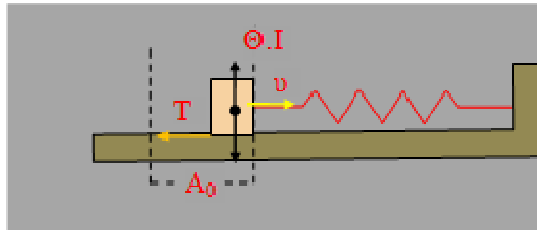
$$T_{ορ} = \mu N \rightarrow T_{ορ} = \mu mg .$$

Την στιγμή που φτάνει στην θέση ισορροπίας έχει ταχύτητα:

$$v_i = \frac{80}{100} v_{max} \rightarrow v_i = \frac{8}{10} \omega A_0 .$$

Εφαρμόζω το Θ.Μ.Κ.Ε. από την ακραία θέση μέχρι την Θ.Ι.:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{ελ}} + W_B + W_N + W_{T_{\text{ολ}}} \rightarrow \frac{1}{2}mv_{\text{ε}}^2 - 0 = \left(\frac{1}{2}kA_0^2 - 0\right) + 0 + 0 + (-\mu mg A_0) \rightarrow \frac{1}{2}m\left(\frac{8}{10}\omega A_0\right)^2 = -\frac{1}{2}kA_0^2 - \mu mg A_0 \rightarrow \frac{64}{200}m\omega^2 A_0^2 - \frac{1}{2}kA_0^2 = -\mu mg A_0 \rightarrow -\frac{36}{200}kA_0^2 = -\mu mg A_0 \rightarrow \mu = \frac{0.18kA_0}{mg}$$



3. Ζητώ την ενέργεια που πρέπει να απορροφά ανά περίοδο το σύστημα για να συντηρείται η Γ.Α.Τ.

Η ενέργεια αυτή θα είναι ίση με την ενέργεια που η τριβή μέσω του έργου της μετατρέπει σε θερμότητα ανά περίοδο. Άρα $\Delta E_{\text{απ}} = |W_{T_{\text{ολ}}}|$.

Αλλά το έργο της τριβής σε μια περίοδο θα είναι

$$W_{T_{\text{ολ}}} = -T_{\text{ολ}}\Delta s \rightarrow W_{\text{ολ}} = -\mu mg 4A_0 \rightarrow \Delta E_{\text{απ}} = |-\mu mg 4A_0| \rightarrow \Delta E_{\text{απ}} = \frac{0.18kA_0}{mg} mg 4A_0 \rightarrow \Delta E_{\text{απ}} = 0.72kA_0^2$$

4. Ο χρονικός ρυθμός μετατροπής της ενέργειας ταλάντωσης σε θερμότητα είναι

$$\frac{dQ}{dt} = \left| \frac{dW_T}{dt} \right| = T_{\text{ολ}}v \quad (1).$$

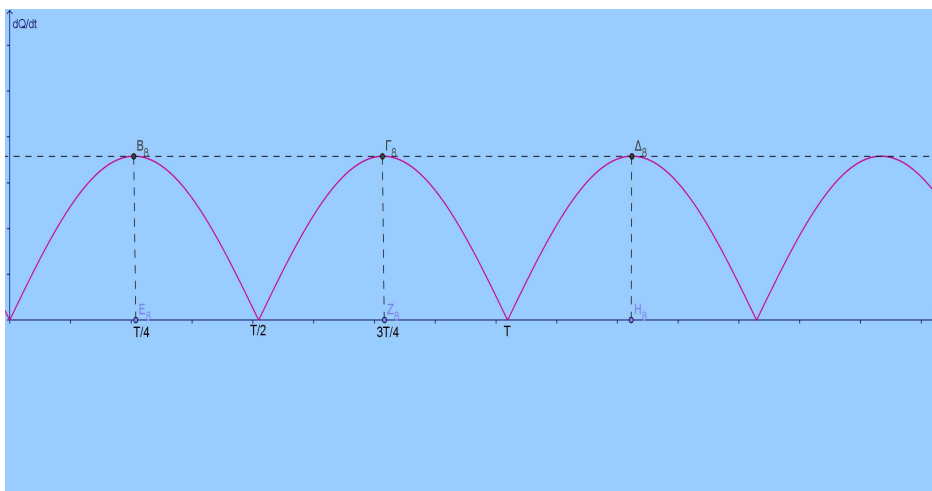
Αλλά η $T_{\text{ολ}} = \mu mg$. Το σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη Γ.Α.Τ. άρα $v = v_{\text{max}} \sin(\omega t + \varphi_0)$.

Όμως το σώμα την στιγμή $t=0$ είναι στην θέση $x = A_0$ άρα $\varphi_0 = \pi/2$ (r) άρα

$$v = \omega A_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}} A_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Η σχέση (1) θα γίνει $\frac{dQ}{dt} = |\mu mg \sqrt{\frac{k}{m}} A_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{\pi}{2}\right)|$ όμως $\mu = \frac{0.18kA_0}{mg}$ άρα

$$\frac{dQ}{dt} = 0.18k A_0 \sqrt{\frac{k}{m}} A_0 \left| \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{\pi}{2}\right) \right| \rightarrow \frac{dQ}{dt} = 0.18k \sqrt{\frac{k}{m}} A_0^2 \left| \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{\pi}{2}\right) \right|$$



Σχόλια: Η ιδέα για την ανάρτηση της παραπάνω άσκησης ξεκίνησε από μια συζήτηση με τους μαθητές στην τάξη. Επειδή στην βιβλιογραφία η αναφορά στην δύναμη που προκαλεί την φθίνουσα ταλάντωση είναι κύρια $F_{av}=-bv$ προκαλεί τις παρακάτω παρανοήσεις:

α. **Οποιαδήποτε δύναμη** που αντιστέκεται στην ταλάντωση είναι της μορφής $F_{av}=-bv$.

β. Ισχύουν **σε κάθε φθίνουσα** ταλάντωση **οι σχέσεις** που ισχύουν στην περίπτωση της $F_{av}=-bv$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Δογμαματζάκης Γιάννης