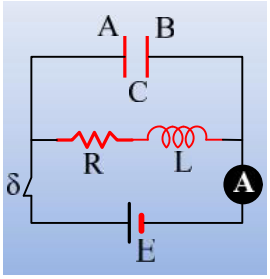
Μια Φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.

Δίνεται το κύκλωμα, όπου το αμπερόμετρο δείχνει σταθερή ένδειξη I=10A, ενώ ο αντιστάτης έχει αντίσταση R=5Ω. Το πηνίο είναι ιδανικό με αυτεπαγωγή L=2mH, ενώ ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=20μF. Σε μια στιγμή την οποία θεωρούμε t=0, ανοίγουμε το διακόπτη δ.



Α) Για αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, να βρεθούν:

i) Η ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο.

Β) Μετά από λίγο, τη χρονική στιγμή t_1 το φορτίο του πυκνωτή (του οπλισμού αναφοράς μας Α) είναι q_1=0,5mC, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα i_1=-2A. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Γ) Μια άλλη χρονική στιγμή t_2 το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδενικό, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα έχει αντίθετη φορά και τιμή $|i_2|$=4,6 A . Να βρεθούν για τη στιγμή αυτή:

v) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

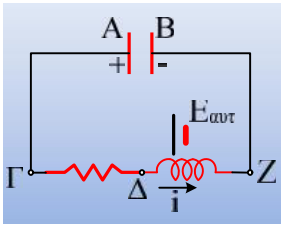
vi) Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Δ) Κάποια στιγμή t_3 ο πυκνωτής έχει φορτίο q_3=-0,4mC ενώ η ένταση του ρεύματος είναι i_3=-2 A.

vii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

viii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Απάντηση:



Α) Τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη δ, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα με φορά όπως στο σχήμα, ενώ ο πυκνωτής είναι φορτισμένος, με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα, σε τάση V_c=E =i·R=50V, οπότε έχει φορτίο:

$$q_0=CE=20\cdot10^{-6}\cdot50C=1\cdot10^{-3}C=1mC.$$

i) Συνεπώς η αρχική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με το άθροισμα των ενεργειών του πυκνωτή και του πηνίου:

$$E_{a^\circ i} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{2}2\cdot10^{-3}\cdot10^2\,J + \frac{1}{2}\frac{10^{-6}}{20\cdot10^{-6}}J = 0{,}1J + 0{,}025J = 0{,}125J$$

ii) Η τάση του πυκνωτή $V_c=V_{AB}=V_{\Gamma Z}=50V$, ενώ $V_{\Gamma\Delta}=iR=50V$, συνεπώς η τάση στα άκρα του πηνίου είναι μηδενική, $E_{αυτ}=0$.

Β) Και τη στιγμή t_1 η κατάσταση στο κύκλωμα, είναι όπως αυτή που εμφανίζεται στο παραπάνω σχήμα.

iii) Η τάση του πυκνωτή είναι $V_c=V_{AB}=V_{\Gamma Z}=\frac{q_1}{C}=\frac{0{,}5\cdot10^{-3}}{20\cdot10^{-6}}V=25V$, ενώ $V_{\Gamma\Delta}=iR=10V$, συνεπώς η τάση στα άκρα του πηνίου $V_{\Delta Z}=E_{αυτ}=15V$.

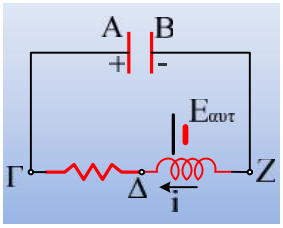
$$\text{Όμως } E_{a^{32}} = -L\frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{a^{32}}}{L} = -\frac{15}{2\cdot10^{-4}}A/s = -7{,}5\cdot10^4\,A/s$$

iv) Τη στιγμή αυτή ο πυκνωτής εκφορτίζεται παρέχοντας ενέργεια στο κύκλωμα, ενώ το πηνίο λειτουργεί σαν αποδέκτης απορροφώντας ενέργεια.

$$\frac{dU_E}{dt} = -|V_{AB}|\cdot|i_1| = -25\cdot2J/s = -50J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt} = +|E_{a^{32}}|\cdot|i_1| = +15\cdot2J/s = +30J/s$$

Γ) Τη στιγμή t_2 το ρεύμα έχει φορά προς τον οπλισμό αναφοράς μας Α, συνεπώς $i_2=+1{,}2$ Α και ο πυκνωτής φορτίζεται ενώ το πηνίο λειτουργεί σαν γεννήτρια παρέχοντας ενέργεια στο κύκλωμα.



v) Η τάση του πυκνωτή είναι $V_c=V_{AB}=V_{\Gamma Z}=\frac{q_2}{C}=0$, ενώ $V_{\Delta\Gamma}=iR=23V$, συνεπώς $V_{\Gamma\Delta}=-23V$ και η τάση στα άκρα του πηνίου είναι:

$V_{AB}=V_{\Gamma\Delta}+V_{\Delta Z}$ ή

$0=-23V+E_{αυτ}$ ή

$E_{αυτ}=23V$

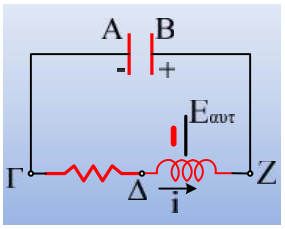
$$\text{Όμως } E_{a^{32}} = -L\frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{a^{32}}}{L} = -\frac{23}{2\cdot10^{-4}}A/s = -1{,}15\cdot10^5\,A/s$$

vi) Τη στιγμή αυτή ο πυκνωτής φορτίζεται παίρνοντας ενέργεια από το κύκλωμα, ενώ το πηνίο λειτουργεί σαν γεννήτρια προσφέροντας ενέργεια.

$$\frac{dU_E}{dt} = |V_{AB}|\cdot|i_1| = 0$$

$$\frac{dU_B}{dt} = -|E_{a^{32}}|\cdot|i_1| = -23\cdot1{,}2J/s = -105{,}8J/s$$

Δ) Η κατάσταση τη στιγμή αυτή, είναι αυτή του διπλανού σχήματος. Ο πυκνωτής φορτίζεται παίρνοντας ενέργεια από το πηνίο.



vii) Η τάση του πυκνωτή είναι $V_{BA}=V_{Z\Gamma}=\frac{q_3}{C}=\frac{4\cdot10^{-4}}{20\cdot10^{-6}}V=20V$, οπότε και $V_{AB}=-20V$, ενώ $V_{\Gamma\Delta}=iR=10V$ και η τάση στα άκρα του πηνίου είναι:

$$V_{AB}=V_{\Gamma\Delta}+V_{\Delta Z} \text{ ή}$$

$$-20V=10V+E_{αυτ} \text{ ή}$$

$$E_{αυτ}=-30V$$

$$\text{Όμως } E_{\alpha\upsilon\tau}=-L\frac{di}{dt}\rightarrow\frac{di}{dt}=-\frac{E_{\alpha\upsilon\tau}}{L}=-\frac{-30}{2\cdot10^{-4}}A/s=1{,}5\cdot10^{5}A/s$$

viii) Τη στιγμή αυτή ο πυκνωτής φορτίζεται παίρνοντας ενέργεια από το κύκλωμα, ενώ το πηνίο λειτουργεί σαν γεννήτρια προσφέροντας ενέργεια.

$$\frac{dU_E}{dt}=|V_{AB}|\cdot|i_1|=20\cdot2J/s=40J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt}=-|E_{\alpha\upsilon\tau}|\cdot|i_1|=-30\cdot2J/s=-60J/s$$

Σχόλια:

Τη στιγμή t_1 πάνω στον αντιστάτη παράγεται θερμότητα λόγω φαινομένου Joule, με ρυθμό $P_Q=i_1^2R\rightarrow P_Q=i_1^2R=2^2\cdot5W=20W$. Δηλαδή ο πυκνωτής προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό 50J/s, η οποία κατά ένα μέρος (20J/s) μετατρέπεται σε θερμική στον αντιστάτη και το υπόλοιπο (30J/s) αποθηκεύεται στο πηνίο, σαν ενέργεια μαγνητικού πεδίου.

Αντίθετα τη στιγμή t_2 παράγεται στον αντιστάτη θερμική ενέργεια με ρυθμό $P_Q=i_2^2R\rightarrow P_Q=4{,}6^2\cdot5J/s=105{,}8J/s$. Έτσι το πηνίο παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό 105,8J/s και όλη αυτή η ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική στον αντιστάτη.

Τέλος τη στιγμή t_3, $P_Q=i_3^2R\rightarrow P_Q=2^2\cdot5J/s=20J/s$. Έτσι το πηνίο παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό 60J/s, τα 20J/s μετατρέπονται σε θερμική ενέργεια στον αντιστάτη και τα υπόλοιπα 40J/s αποθηκεύονται στον πυκνωτή με την μορφή ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου.

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης