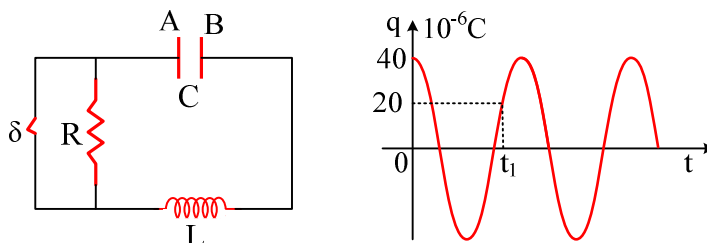


### Αμείωτη και φθίνουσα Ηλεκτρική ταλάντωση.

Το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με το διακόπτη κλειστό και στο διπλανό σχήμα δίνεται το φορτίο του πυκνωτή (το φορτίο του οπλισμού Α του πυκνωτή) σε συνάρτηση με το χρόνο. Δίνονται ακόμη η χωρητικότητα του πυκνωτή  $C=0,4\mu\text{F}$ , ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου  $L=0,3\text{H}$  και η αντίσταση του αντιστάτη  $R=100\Omega$ .



- i) Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης και το πλάτος του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- ii) Βρείτε την ένταση του ρεύματος τη χρονική στιγμή  $t_1$  (που δίνεται στο διάγραμμα) και σχεδιάστε πάνω στο κύκλωμα τη φορά του ρεύματος.
- iii) Τη στιγμή  $t_1$  ανοίγουμε το διακόπτη. Για αμέσως μετά (στιγμή  $t_1+0^+$ ) να βρεθούν:
  - α) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή.
  - β) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στον αντιστάτη.
  - γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πηνίου.
- iv) Πόση συνολικά θερμότητα θα παραχθεί πάνω στον αντιστάτη με το διακόπτη ανοικτό;

#### Απάντηση:

- i) Η ενέργεια ταλάντωσης υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$E_{\tau} = \frac{1}{2} \frac{1}{C} Q^2$$

και με αντικατάσταση:

$$E_{\tau} = \frac{1}{2} (40 \cdot 10^{-6})^2 / 4 \cdot 10^{-7} \text{J} = 2 \cdot 10^{-3} \text{J}.$$

Η παραπάνω ενέργεια όμως είναι ίση και με τη μέγιστη ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου, οπότε  $E_{\tau} = \frac{1}{2} L \cdot I^2$  από όπου:

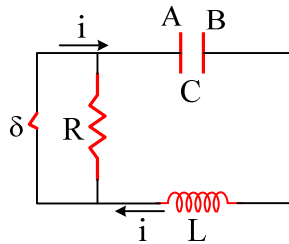
$$I = \sqrt{\frac{2E_{\tau}}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{0,3}} \text{A} = \frac{0,4\sqrt{3}}{3} \text{A}$$

- ii) Η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή, οπότε για τη στιγμή  $t_1$  θα έχουμε:

$$\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \text{ή}$$

$$i = \pm \sqrt{\frac{Q^2 - q^2}{LC}} = \pm \sqrt{\frac{(40 \cdot 10^{-6})^2 - (20 \cdot 10^{-6})^2}{0,3 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6}}} \text{A} = \pm 0,1 \text{A}$$

Τη στιγμή  $t_1$  ο πυκνωτής φορτίζεται με θετικό τον οπλισμό Α (θετικό φορτίο) συνεπώς το ρεύμα έχει φορά προς αυτόν τον οπλισμό και η ένταση έχει θετικό πρόσημο,  $i = +0,1 \text{A}$ .



iii) Με το άνοιγμα του διακόπτη, το κύκλωμα λόγω αυτεπαγωγής συνεχίζει να διαρρέεται από ρεύμα της ίδιας φοράς, συνεπώς ο πυκνωτής φορτίζεται.

α) Έτσι η ενέργεια του πυκνωτή μεταβάλλεται με ρυθμό:

$$\frac{dU_E}{dt} = P_C = V_{AB} \cdot i \quad (1)$$

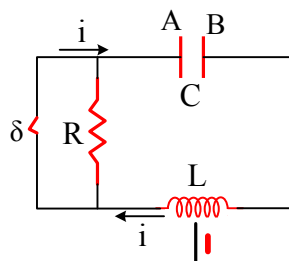
όπου  $V_{AB} = q/C = 20 \cdot 10^{-6} \text{C} / 4 \cdot 10^{-7} \text{F} = 50 \text{V}$ , οπότε η (1) δίνει:

$$\frac{dU_E}{dt} = V_{AB} \cdot i = 50 \text{V} \cdot 0,1 \text{A} = 5 \text{J/s}$$

β) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στον αντιστάτη θα είναι:

$$\frac{dQ_\theta}{dt} = P = i^2 \cdot R = 0,1^2 \cdot 100 \text{W} = 1 \text{J/s}$$

γ) Τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη, το πηνίο λειτουργεί σαν πηγή προσφέροντας ενέργεια στο κύκλωμα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.:



Δηλαδή το πηνίο παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα, που κατά ένα μέρος μετατρέπεται σε θερμότητα πάνω στον αντιστάτη και το υπόλοιπο αποθηκεύεται στον πυκνωτή με τη μορφή ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου. Συνεπώς η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου μειώνεται. Έτσι έχουμε:

$$\frac{dU_B}{dt} = -\left(\frac{dU_E}{dt} + \frac{dQ_\theta}{dt}\right) = -6 \text{J/s}$$

iv) Όλη η αρχική ενέργεια ταλάντωσης τελικά θα μετατραπεί σε θερμότητα στον αντιστάτη (θεωρούμε ότι το ποσό της ενέργειας που μετατρέπεται σε ενέργεια ΗΜΚ και ακτινοβολείται είναι αμελητέα). Άρα

$$Q_{\text{θερμ}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{J}.$$