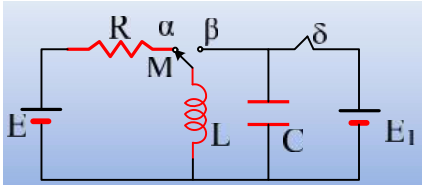
Μια ηλεκτρική ταλάντωση με αρχική φάση.

Στο παρακάτω κύκλωμα ο διακόπτης δ είναι κλειστός, ενώ ο μεταγωγός Μ στη θέση α, για μεγάλο χρονικό διάστημα, ενώ δίνονται Ε=10V και C=20μF.



Ανοίγουμε τον διακόπτη δ και στη συνέχεια τη στιγμή t_0=0, μεταφέρουμε ακαριαία τον μεταγωγό Μ στη θέση β, χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας, οπότε το κύκλωμα LC πραγματοποιεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από την εξίσωση:

$$i=2\cdot\eta\mu\left(5.000t+\frac{7®}{6}\right) \quad \text{(S.I.).}$$

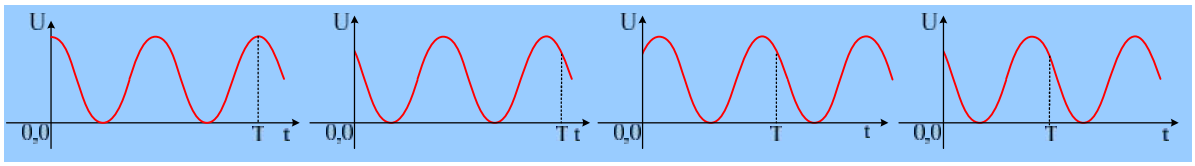
Ζητούνται:

i) Η τιμή της αντίστασης του αντιστάτη R και η αυτεπαγωγή του πηνίου.

ii) Η ΗΕΔ της πηγής E_1.

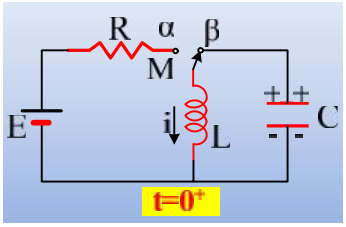
iii) Να γίνει η γραφική παράσταση του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις περιγράφει την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο;



Απάντηση:

i) Μόλις μεταφερθεί ο μεταγωγός στο β, τη στιγμή t=0, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης:



$$i=2\cdot\eta\mu\left(5.000t+\frac{7®}{6}\right)=2\cdot\eta\mu\left(\frac{7®}{6}\right)=-1A$$

πράγμα που σημαίνει ότι η φορά που έχει σημειωθεί στο σχήμα θεωρείται αρνητική. Αλλά το ρεύμα είναι αυτό που διέρρεε το πηνίο και πριν ο μεταγωγός έρθει στο β, οπότε:

$$i_1=\frac{E}{R}\rightarrow R=\frac{E}{i_1}=\frac{10V}{1A}=10\Omega$$

Εξάλλου για την γωνιακή συχνότητα έχουμε:

$$\mu=\frac{1}{\sqrt{LC}}\rightarrow L=\frac{1}{\mu^2C}=\frac{1}{5.000^2\cdot 20\cdot 10^{-6}}H=2mH$$

ii) Η ενέργεια της ταλάντωσης διατηρείται, οπότε, αν i_1 η αρχική ένταση του ρεύματος, q_1 το αρχικό φορτίο του πυκνωτή και I το πλάτος της έντασης έχουμε:

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}Li_1^2 + \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C}$$

$$q_1 = \sqrt{LC(I^2 - i_1^2)} = \sqrt{\frac{1}{\mu^2}(I^2 - i_1^2)} = \sqrt{\frac{1}{5.000^2}(2^2 - 1^2)} = 2\sqrt{3}\cdot 10^{-4}C$$

$$\text{Αλλά } C = \frac{q_1}{E_1} \rightarrow E_1 = \frac{q_1}{C} = \frac{2\sqrt{3}\cdot 10^{-4}}{20\cdot 10^{-6}}V = 10\sqrt{3}V$$

iii) Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος γράφεται:

$$i = 2\cdot\eta\mu\left(5.000t + \frac{7®}{6}\right) = -2\cdot\eta\mu\left(5.000t + \frac{®}{6}\right)$$

οπότε η αντίστοιχη εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή θα είναι:

$$q = Q\cdot\pm^{3}\neg\left(5.000t + \frac{®}{6}\right)$$

Όπου I=Q·ω →

$$Q = \frac{I}{\mu} = \frac{2}{5.000}C = 4\cdot 10^{-4}C$$

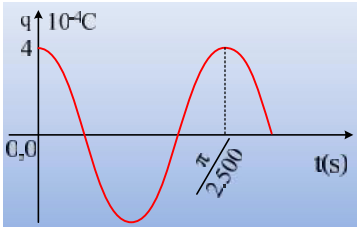
Συνεπώς η εξίσωση του φορτίου είναι:

$$q = 4\cdot 10^{-4}\cdot\pm^{3}\neg\left(5.000t + \frac{®}{6}\right) \quad \text{(S.I.)}$$

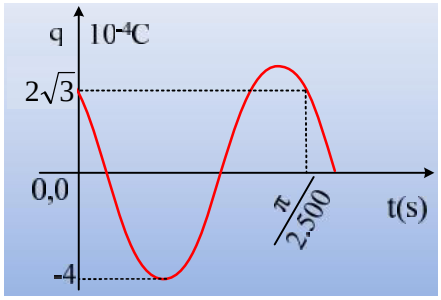
Ποια είναι η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης;

Κάνουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$q = 4\cdot 10^{-4}\cdot\pm^{3}\neg(5.000t) \quad \text{(S.I.)}$$



Λόγω τώρα της διαφοράς φάσης κατά $\frac{®}{6}$, θα μεταφέρουμε τους άξονες προς τα δεξιά, κατά χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{®/6}{2®}T = \frac{1}{12}T$ και θα πάρουμε την μορφή του παρακάτω σχήματος.



Πώς προκύπτει αυτό;

Σε φάση 2π αντιστοιχεί χρόνος T

π/6 …… Δt

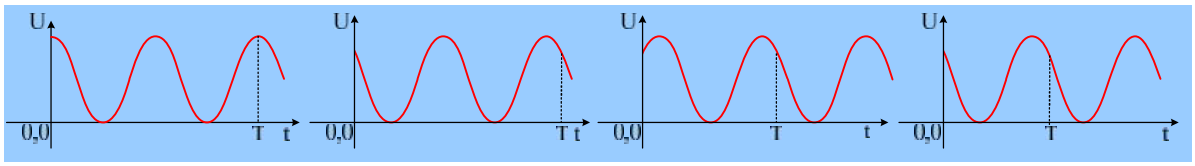
$$\rightarrow \Delta t = \frac{®/6}{2®}T = \frac{1}{12}T$$

iv) Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4^2\cdot 10^{-8}}{20\cdot 10^{-6}}\pm^{3}\neg^{2}\left(5.000t + \frac{®}{6}\right) \rightarrow$$

$$U_E = 4\cdot 10^{-3}\cdot\pm^{3}\neg^{2}\left(5.000t + \frac{®}{6}\right) \qquad \text{(S.I.)}$$

Για t=0 παίρνουμε U=3·10^{-3}J, ενώ αφού το θετικό φορτίο του πυκνωτή μειώνεται, θα μειώνεται και η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου. Συνεπώς το σωστό διάγραμμα είναι το δεύτερο (προσοχή στην περίοδο!!!)



Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:
Διονύσης Μάργαρης