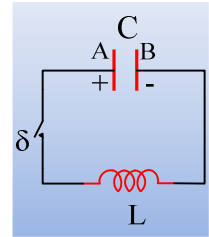


### Ερωτήματα σε ένα κύκλωμα LC.

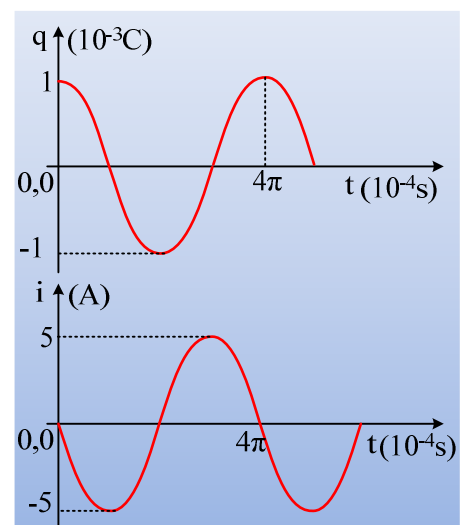
Ένας πυκνωτής χωρητικότητας  $20\mu\text{F}$  φορτίζεται από πηγή τάσης  $50\text{V}$  και αφού απομακρύνουμε την πηγή, τον συνδέουμε στα άκρα ιδανικού πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=2\text{mH}$ , μέσω διακόπτη, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη  $\delta$ .



- i) Να βρεθούν οι εξισώσεις του φορτίου του πυκνωτή (του φορτίου του σπλισμού αναφοράς μας  $A$ , ο οποίος φέρει αρχικά θετικό φορτίο) και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις τους.
- ii) Για τις χρονικές στιγμές  $t_1 = t_1 = \frac{\pi}{30} \text{ ms}$  και  $t_2 = \frac{\pi}{6} \text{ ms}$  να υπολογιστούν:
- Το φορτίο του πυκνωτή και ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του.
  - Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
  - Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή (η ισχύς του πυκνωτή) και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου (η ισχύς του πηνίου).
- iii) Κάποια στιγμή  $t_3$  το φορτίο του πυκνωτή έχει τιμή  $q_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ mC}$ , ενώ η ένταση του ρεύματος είναι  $i=2,5 \text{ A}$ . Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:
- Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
  - Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή (η ισχύς του πυκνωτή) και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου (η ισχύς του πηνίου).
- iv) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις για τη στιγμή  $t_4$  που  $q_4 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ mC}$ , ενώ η ένταση του ρεύματος είναι  $i=2,5 \text{ A}$ .

#### Απάντηση:

- i) Το φορτίο του πυκνωτή δίνεται από την εξίσωση  $q=Q \cdot \sin \omega t$ , όπου:
- $$Q=CV=20 \cdot 10^{-6} \cdot 50\text{C}=1\text{mC} \text{ και}$$
- $$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-6}}} \text{ rad/s} = 5000 \text{ rad/s}$$
- Οπότε οι ζητούμενες εξισώσεις είναι:
- $$q=10^{-3} \cdot \sin(5000t) \text{ (S.I.) και}$$
- $$i=-Q\omega \cos \omega t = -5 \cdot \eta\mu(5.000t) \text{ (S.I.)}$$
- με αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις, όπως στο διπλανό σχήμα.
- ii) Α) Τη χρονική στιγμή  $t_1=\pi/30 \text{ ms}$  έχουμε:
- Με αντικατάσταση στις παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε:

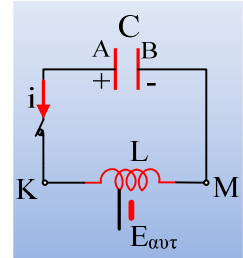


$$q=10^{-3} \cdot \sigma \nu \nu(5000t) = 10^{-3} \cdot \sigma \nu \nu \left( 5.000 \frac{\pi}{30} 10^{-3} \right) C = 10^{-3} \cdot \sigma \nu \nu \left( \frac{\pi}{6} \right) C = \frac{\sqrt{3}}{2} mC$$

$$\frac{dq}{dt} = i = -5 \cdot \eta \mu(5.000t) = -5 \cdot \eta \mu \left( 5.000 \frac{\pi}{30} 10^{-3} \right) A = -5 \cdot \eta \mu \left( \frac{\pi}{6} \right) A = -2,5C/s$$

β) Τη στιγμή  $t_1$ , το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα, με φορά όπως στο διπλανό σχήμα, οπότε στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή ( $E_{avt}$ ) με πολικότητα όπως στο σχήμα και τιμή  $E_{avt} = V_{KM} = V_C = q/C$  ή

$$E_{avt} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} 10^{-3} C}{20 \cdot 10^{-6} F} = 25\sqrt{3}V$$



Τι σημαίνει θετική ΗΕΔ από αυτεπαγωγή; Η πολικότητα είναι τέτοια που ο θετικός πόλος της, να συνδέεται με τον οπλισμό Α, που τη στιγμή  $t=0$  φέρει θετικό φορτίο.

$$\text{Αλλά } E_{avt} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{avt}}{L} = -\frac{25\sqrt{3}}{2 \cdot 10^{-3}} A/s = -12.500\sqrt{3} A/s$$

γ) Με βάση τις πολικότητες που δείξαμε στο παραπάνω σχήμα, ο πυκνωτής εκφορτίζεται, συνεπώς μειώνεται η ενέργεια του ηλεκτρικού του πεδίου, ενώ αντίθετα η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου αυξάνεται. Το πηνίο δηλαδή, με την πολικότητα που εμφανίζει, λειτουργεί στο κύκλωμα σας αποδέκτης.

$$\frac{dU_E}{dt} = P_C = -|V_C| |i| = -|V_{AB}| \cdot |i| = -25\sqrt{3}V \cdot 2,5A = -62,5\sqrt{3}J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt} = P_L = +|E_{avt}| |i| = 25\sqrt{3}V \cdot 2,5A = 62,5\sqrt{3}J/s$$

Β) Αντίστοιχα τη χρονική στιγμή  $t_2 = \pi/6$  ms έχουμε:

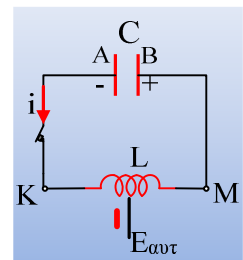
α) Με αντικατάσταση στις αρχικές εξισώσεις παίρνουμε:

$$q=10^{-3} \cdot \sigma \nu \nu(5000t) = 10^{-3} \cdot \sigma \nu \nu \left( 5.000 \frac{\pi}{6} 10^{-3} \right) C = 10^{-3} \cdot \sigma \nu \nu \left( \frac{5\pi}{6} \right) C = -\frac{\sqrt{3}}{2} mC$$

$$\frac{dq}{dt} = i = -5 \cdot \eta \mu(5.000t) = -5 \cdot \eta \mu \left( 5.000 \frac{\pi}{6} 10^{-3} \right) A = -5 \cdot \eta \mu \left( \frac{5\pi}{6} \right) A = -2,5C/s$$

β) Τη στιγμή  $t_2$ , το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα, με φορά όπως στο διπλανό σχήμα, οπότε στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή ( $E_{avt}$ ) με πολικότητα όπως στο σχήμα και τιμή  $E_{avt} = V_{KM} = V_C = q/C$  ή

$$E_{avt} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} 10^{-3} C}{20 \cdot 10^{-6} F} = -25\sqrt{3}V$$



$$\text{Αλλά } E_{avt} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{avt}}{L} = -\frac{-25\sqrt{3}}{2 \cdot 10^{-3}} A/s = +12.500\sqrt{3} A/s$$

γ) Με βάση τις πολικότητες που δείξαμε στο παραπάνω σχήμα, ο πυκνωτής φορτίζεται, συνεπώς αυξάνεται η ενέργεια του ηλεκτρικού του πεδίου, ενώ αντίθετα η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου μειώνεται. Το πηνίο δηλαδή, με την πολικότητα που εμφανίζει, λειτουργεί στο κύκλωμα σαν πηγή που παρέχει ενέργεια στο ρεύμα.

$$\frac{dU_E}{dt} = P_C = |V_C| \cdot |i| = |V_{AB}| \cdot |i| = 25\sqrt{3}V \cdot 2,5A = 62,5\sqrt{3}J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt} = P_L = -|E_{av\tau}| \cdot |i| = -25\sqrt{3}V \cdot 2,5A = -62,5\sqrt{3}J/s$$

iii) Ας απαντήσουμε τώρα στο ερώτημα, χρησιμοποιώντας τα παραπάνω συμπεράσματα. Τη στιγμή  $t_3$  η εικόνα είναι όπως στο διπλανό σχήμα, ο πυκνωτής εκφορτίζεται ενώ το πηνίο παίρνει ενέργεια.

α) Έτσι έχουμε:

$$V_C = V_{AB} = \frac{q}{C} = \frac{-\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}} C = -25\sqrt{3}V = E_{av\tau}$$

$$E_{av\tau} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{av\tau}}{L} = -\frac{-25\sqrt{3}}{2 \cdot 10^{-3}} A/s = +12.500\sqrt{3}A/s$$

β) Όσον αφορά τις τιμές ισχύος έχουμε:

$$\frac{dU_E}{dt} = P_C = -|V_C| \cdot |i| = -|V_{AB}| \cdot |i| = -25\sqrt{3}V \cdot 2,5A = -62,5\sqrt{3}J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt} = P_L = |E_{av\tau}| \cdot |i| = 25\sqrt{3}V \cdot 2,5A = 62,5\sqrt{3}J/s$$

2) Τη στιγμή αυτή  $t_4$  η κατάσταση είναι αυτή του διπλανού σχήματος, συνεπώς ο πυκνωτής φορτίζεται κερδίζοντας ενέργεια, ενώ το πηνίο λειτουργεί σαν πηγή προσφέροντας ενέργεια στο κύκλωμα, συνεπώς η ενέργειά του μειώνεται.

α) Έτσι έχουμε:

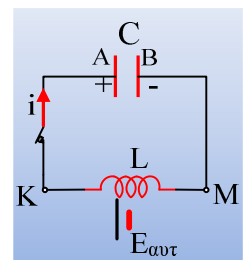
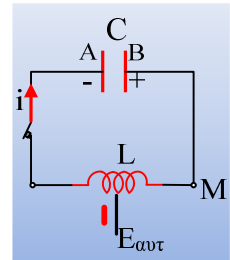
$$V_C = V_{AB} = \frac{q}{C} = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}} C = 25\sqrt{3}V = E_{av\tau}$$

$$E_{av\tau} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{av\tau}}{L} = -\frac{25\sqrt{3}}{2 \cdot 10^{-3}} A/s = -12.500\sqrt{3}A/s$$

β) Όσον αφορά τις τιμές ισχύος έχουμε:

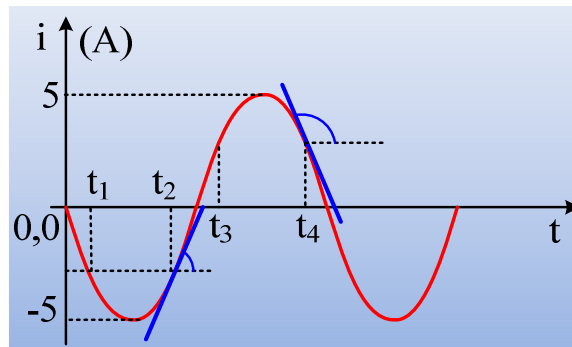
$$\frac{dU_E}{dt} = P_C = +|V_C| \cdot |i| = 25\sqrt{3}V \cdot 2,5A = 62,5\sqrt{3}J/s$$

$$\frac{dU_B}{dt} = P_L = -|E_{av\tau}| \cdot |i| = -25\sqrt{3}V \cdot 2,5A = -62,5\sqrt{3}J/s$$



**Σχόλιο.**

Ας έρθουμε στο διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο, πάνω στο οποίο έχουμε σημειώσει τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$  και κάποιες άλλες, που θα μπορούσαν να είναι οι  $t_3$  και  $t_4$ .



Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης βρίσκεται από την κλίση της καμπύλης στις παραπάνω στιγμές, οπότε είναι εύκολο να διαπιστωθεί το πρόσημό του, αφού όταν η συνάρτηση είναι αύξουσα έχουμε  $di/dt > 0$ , ενώ όταν είναι φθίνουσα  $di/dt < 0$ .

Εξάλλου, τις στιγμές  $t_1$  και  $t_3$  η ένταση αυξάνεται (κατ' απόλυτο τιμή, αφού η ενέργεια του πηνίου είναι ανάλογη με τετράγωνο της έντασης και προφανώς δεν μας ενδιαφέρει το πρόσημό της), συνεπώς αυξάνεται και η ενέργεια μαγνητικού πεδίου, αλλά τότε το πηνίο λειτουργεί σαν αποδέκτης  $\frac{dU_B}{dt} > 0$  ενώ αντί-

στοιχα ο πυκνωτής εκφορτίζεται, οπότε  $\frac{dU_E}{dt} < 0$ . Ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει τις χρονικές στιγμές  $t_2$

και  $t_4$ .

Συμπέρασμα; Μόνο από το διάγραμμα αυτό (το ίδιο θα μπορούσαμε να κάνουμε και από το διάγραμμα του φορτίου σε συνάρτηση με το χρόνο), μπορούμε να βρίσκουμε τα πρόσημα, τόσο της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή, όσο και των ρυθμών μεταβολής των ενεργειών πηνίου και πυκνωτή.

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

*Διονόσης Μάργαρης*